

## Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Prof.<sup>a</sup> Cecilia Chirenti

### Lista 6 - Equações diferenciais de ordem superior II

1. Resolva os seguintes problemas de valor inicial

(a)  $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ ;  $y(0) = 1, y'(0) = 2$

(b)  $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ ;  $y(0) = 2, y'(0) = 1$

(c)  $y'' - y' - 2y = 0$ ;  $y(0) = 2, y'(0) = 1$

(d)  $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ ;  $y(1) = 2, y'(1) = 1$

(e)  $y'' + y = x$ ;  $y(1) = 0, y'(1) = 1$

(f)  $y'' + 4y = \sin^2 2x$ ;  $y(\pi) = 0, y'(\pi) = 0$

(g)  $y'' + y = 0$ ;  $y(2) = 0, y'(2) = 0$

(h)  $y''' = 12$ ;  $y(1) = 0, y'(1) = 0, y''(1) = 0$

(i)  $\ddot{y} + 2\dot{y} + 2y = \sin 2t + \cos 2t$ ;  $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$

2. Sabemos que a equação de movimento para um sistema massa-mola vertical é dada pela Lei de Newton como

$$\ddot{x} + \frac{a}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F(t)}{m}$$

onde  $m$  é a massa do corpo,  $k$  é a constante elástica da mola e  $x$  é a distância medida a partir da posição de equilíbrio da mola (já levando em conta a gravidade). Consideramos a força elástica  $F_{el} = -kx$ , uma força devida à resistência do ar  $F_{ar} = -a\dot{x}$  e admitimos a possibilidade de uma força  $F(t)$  (se  $F(t) \neq 0$  o movimento de oscilação é forçado, se  $F(t) = 0$  o movimento é livre).

- Determine a solução da equação de movimento se as oscilações são livres e não-amortecidas.
- Mostre quais os diferentes tipos de amortecimento possíveis para oscilações livres, analisando a quantidade  $a^2 - 4km$ . Esboce o gráfico das diferentes soluções (assuma valores para  $m$ ,  $k$  e  $a$  se quiser).
- Resolva o problema de valor inicial, assumindo  $m = 12, 8\text{kg}$ ,  $a = 0$ ,  $k = 64 \text{ N/m}$ ,  $x(0) = -0.5\text{m}$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  e uma força  $F(t) = 8\sin 4t$ . Encontre  $|x|$  para  $t \rightarrow \infty$  e interprete o resultado.

3. A lei de Kirchoff para um circuito  $RLC$  fornece

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q = V(t)$$

onde  $i = \frac{dq}{dt}$ .

Um circuito  $RLC$  com  $R = 6\Omega$ ,  $C = 0,02\text{F}$  e  $L = 0,1\text{H}$ , tem  $V(t) = 6\text{V}$ . Supondo que não haja corrente inicial nem carga inicial quando  $t = 0$ , ao ser aplicada inicialmente a voltagem, determine a carga subsequente no capacitor e a corrente no circuito. Esboce os gráficos de  $q(t)$  e  $i(t)$ .

4. Um circuito  $RLC$  com  $R = 5\Omega$ ,  $C = 0,01\text{F}$  e  $L = \frac{1}{8}\text{H}$  não tem corrente voltagem aplicada. Determine a corrente estacionária subsequente no circuito. (Sugestão: condições iniciais desnecessárias.)
5. Exercícios do Capítulo 4 do Zill & Cullen.