Geometria Analítica - Prof.ª Cecilia Chirenti

Lista 1 - Vetores

1. $ABCD$ é um quadrilátero, $\overrightarrow{AD} = 3\vec{v}$, $\overrightarrow{BC} = 2\vec{v}$ e $\overrightarrow{AB} = \vec{w}$. Que tipo de quadrilátero é $ABCD$? Determine o lado $\overrightarrow{CD}$ e as diagonais $\overrightarrow{BD}$ e $\overrightarrow{CA}$ em função de $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

2. $ABCD$ é um trapézio, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = 2\vec{a}$ e $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$. O ponto E é tal que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Escreva $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{DE}$ em função de $\vec{a}$ e de $\vec{b}$.

3. São dados $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\vec{c}$ e $\overrightarrow{BQ} = \frac{4}{5}\vec{a}$. Escreva $\overrightarrow{PQ}$ em função de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

4. Em um triângulo ABC, o ponto M é tal que $3\overrightarrow{BM} = 5\overrightarrow{MC}$. Escreva o vetor $\overrightarrow{AM}$ em função dos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

5. É dado o triângulo ABC e o ponto X sobre a reta AB tal que $\overrightarrow{XB} = 4\overrightarrow{XA}$. Sejam $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ e $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$.
   (a) Determine o vetor $\overrightarrow{CX}$ em função de $\vec{b}$ e $\vec{c}$.
   (b) Seja M o ponto médio de $\overline{CX}$. Escreva $\overrightarrow{BM}$ em função de $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

6. Num triângulo ABC temos $3\overrightarrow{BP} = 4\overrightarrow{PC}$ e $3\overrightarrow{PQ} = 4\overrightarrow{QA}$.
   (a) Localize numa figura os pontos P e Q, justificando sua resposta.
   (b) A seguir, expresse $\overrightarrow{AP}$ e $\overrightarrow{BQ}$ como combinações lineares de $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

7. $ABCD$ é um paralelogramo de diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. O ponto R é tal que $3\overrightarrow{DR} = 2\overrightarrow{CD}$ e S é tal que $2\overrightarrow{BS} = \overrightarrow{SC}$.
   (a) Marque R e S na figura.
   (b) Escreva $\overrightarrow{RS}$ em função de $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AD}$.

8. Seja $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ um hexágono regular de centro O.
   (a) Expresse $\overrightarrow{A_1A_i}$, $i = 2, \ldots, 6$, em função de $\vec{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$ e $\vec{b} = \overrightarrow{A_1A_6}$;
   (b) mostre que $\sum_{i=2}^{6} \overrightarrow{A_1A_i} = 6\overrightarrow{A_1O}$;
   (c) expresse $\vec{w} = \overrightarrow{A_1A_5}$ em função de $\vec{u} = \overrightarrow{A_1A_4}$ e $\vec{b} = \overrightarrow{A_1A_3}$.

9. Dado o tetraedro $OABC$, tem-se $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$, M é o ponto médio de $\overline{AB}$, N é o ponto médio de $\overline{BC}$ e Q é o ponto médio de $\overline{AC}$. Pede-se $\vec{s} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PN}$ em função de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

10. Os pontos A, B, C e D são vértices consecutivos de um paralelogramo. $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AD} = y$, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\vec{x}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{4}\vec{y}$ e F é a intersecção de $\overline{PQ}$ e $\overline{AC}$. Escreva $\overrightarrow{QF}$ em função de $\vec{x}$ e $\vec{y}$.

11. No trapézio $ABCD$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{v}$ e E é o ponto de intersecção das diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. Sendo $\overrightarrow{BE} = \lambda\overrightarrow{BD}$, determine λ.