Geometria Analítica - Prof.ª Cecilia Chirenti

Lista 3 - Produto Escalar

1. Calcule o cosseno do ângulo formado entre os vetores $(1, 4, -1)$ e $(0, 2, 3)$.
2. Determine m para que os vetores $(2, m, -3)$ e $(2, 2, m)$ fiquem ortogonais.
3. São dados $\vec{u} = (2, 1, -3)$ e $\vec{v} = (1, 2, 1)$.
   (a) Se $\vec{w} = \vec{u} + \lambda\vec{v}$, determina λ para que $\vec{u}$ e $\vec{w}$ sejam ortogonais.
   (b) Determine o cosseno do ângulo que $\vec{u}$ forma com $\vec{v}$.
4. Sejam $\vec{u} = (1, 1, 0)$ e $\vec{v} = (0, 1, 1)$. Pede-se um vetor $\vec{x}$ sabendo-se que: $\vec{x} - \vec{u}$ é ortogonal a $\vec{u}$, $\vec{x} - \vec{v}$ é ortogonal a $\vec{v}$, $|\vec{x}| = \sqrt{11}$ e $\vec{x}$ e $\vec{u}$ formam um ângulo agudo.
5. Decomponha o vetor $\vec{u} = (3, -1, 5)$ em uma soma de vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, sabendo que $\vec{a}$ é paralelo ao vetor $(-2, -4, -10)$ e $\vec{b}$ é ortogonal ao vetor $(0, 0, 1)$.
6. Dados os vetores $\vec{u} = (0, 1, -1)$ e $\vec{w} = (2, 5, 4)$, calcule o comprimento da projeção do vetor $-4\vec{u} + \vec{w}$ sobre o eixo cuja direção é dada pelo vetor $\vec{w} - 2\vec{u}$.
7. Dados $\overrightarrow{AB} = (1, 0, 1)$ e $\overrightarrow{CB} = (0, 0, 2)$,
   (a) mostre que o triângulo ABC é retângulo;
   (b) determine a projeção de $\overrightarrow{AB}$ sobre $\overrightarrow{BC}$;
   (c) ache o comprimento da altura relativa à hipotenusa.
8. Ache a projeção ortogonal de $\vec{v} = (1, -2, 3)$ na direção de um eixo que forma ângulos iguais com os vetores da base ortonormal $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
9. Determine o ângulo formado pelos vetores não nulos $\vec{u}$ e $\vec{v}$, sabendo que $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{u} + \vec{v}|$.
10. Supondo $\vec{a}$ e $\vec{b}$ não nulos, demonstre algebricamente que: $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ se, e somente se, $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos e de mesmo sentido.
11. Lembrando que $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2$, demonstre:
    (a) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ se, e somente se $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
    (b) Interprete geometricamente o resultado acima.
12. Exercícios dos Capítulo 9 do livro do Boulos.