Funções de Várias Variáveis - 2º quadrimestre de 2010

Prof.ª Cecilia Chirenti

Lista 4 - Derivada de função implícita - Fórmula de Taylor - Máximos e Mínimos

1. Determine a derivada $\frac{dy}{dx}$ das funções definidas implicitamente pelas equações:
   (a) $2x + 3y - 7 = 0$, num ponto genérico (x_0, y_0)
   (b) $3x^2 + 2y - 5 = 0$, num ponto genérico (x_0, y_0)
   (c) $x^2 + y^2 - 9 = 0$, no ponto $(1, 2\sqrt{2})$
   (d) $2x^2 + 3y^2 = 1$, no ponto $\left(0, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
   (e) $x^{0.5} \cdot y^{0.5} - 10 = 0$, no ponto $(4, 25)$
   (f) $x^2 + xy - 9 = 0$, no ponto $(1, 8)$
   (g) $y^3 - xy + 1 = 0$, no ponto $(2, 1)$
   (h) $x^2 - e^{xy} - 3 = 0$, no ponto $(2, 0)$

2. Desenvolva as funções abaixo usando a Fórmula de Taylor como indicado:
   (a) $f(x, y) = \text{sen}\,(x + y)$ em série de potências de h e k.
   (b) $f(x, y) = \text{sen}\,xy$ nas vizinhanças do ponto $(1, \frac{\pi}{2})$
   (c) $f(x, y) = e^x \cos y$ em série de potências de h e k.
   (d) $f(x, y) = e^x \text{sen}\,(x + y)$ nas vizinhanças do ponto $(0, 0)$ (fórmula de Maclaurin).

3. Encontre os pontos críticos de f e classifique-os:
   (a) $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2x - 2y$
   (b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 3x - 4y$
   (c) $f(x, y) = 3 + 4xy$
   (d) $f(x, y) = e^{3x+4y}$
   (e) $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$
   (f) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$
   (g) $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 - y^2 - 3y$
   (h) $f(x, y) = e^{x^2+3y}$
   (i) $f(x, y) = x^3 + 2y^2 - 3x - 4y$
   (j) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$
   (k) $f(x, y) = -x^2 - 4xy - 4$
   (l) $f(x, y) = x^2y^2$

4. Ajuste uma reta de mínimos quadrados, $y = ax + b$, aos dois conjuntos de pontos abaixo. Represente os pontos e a reta obtida graficamente.
   (a) $(2, 7), (4, 10), (6, 11)$

(b) $(5, 15), (4, 10), (2, 5), (1, 3), (3, 9)$

5. Determine o ponto de máximo e de mínimo das funções nos domínios indicados:

   (a) $f(x, y) = x + y$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$
   (b) $f(x, y) = x - y$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4\}$
   (c) $f(x, y) = x + y$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq \frac{1}{x},\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$
   (d) $f(x, y) = x + y$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq \frac{1}{x},\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$
   (e) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x + y \leq 5,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$
   (f) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x + y \leq 1\}$
   (g) $f(x, y) = -x^3 + y$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \leq 2\}$
   (h) $f(x, y) = -x^2 + y$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \leq 1\}$

6. Encontre os pontos de máximo e de mínimo das funções a seguir:

   (a) $f(x, y) = x + y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 1 = 0$
   (b) $f(x, y) = x - y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 2 = 0$
   (c) $f(x, y) = 2x - y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$
   (d) $f(x, y) = x + 2y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$
   (e) $f(x, y) = x + 3y$ sujeito a $xy = 1$
   (f) $f(x, y) = x - y$ sujeito a $xy = 2$
   (g) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$ sujeito a $2x + 4y - 12 = 0$
   (h) $f(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$ sujeito a $x + y = 5$
   (i) $f(x, y) = x + y$ sujeito a $2x^2 + y^2 = 1$

7. Uma empresa produz apenas dois produtos A e B e sua produção é totalmente vendida a 80 cada unidade de A e 60 cada unidade de B. A empresa opera segundo a curva de transformação do produto, dada por $x^2 + y^2 = 2500$, onde x e y representam, respectivamente, as quantidades de A e B.

   (a) Quais as quantidades x e y que maximizam a receita de vendas?
   (b) Qual o valor dessa receita?

8. Exercícios dos Capítulos 12, 15, 16 e 17 do livro Um Curso de Cálculo, vol. 2, H.L. Guidorizzi.

9. Exercícios do Capítulo 14 do livro Cálculo, vol. 2, J. Stewart.