Nome:____

Funções Complexas e Transformadas Integrais

Prova 2 - 15/04/2011

1. (a) (0,5ptos) Enuncie as condições de Dirichlet sobre uma função $f(x)$ para a convergência de sua série de Fourier.

   (b) (2,0ptos) Calcule a série de Fourier da função

$$f(x) = \begin{cases} L + x\,, & -L \leq x \leq 0 \\ L - x\,, & 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

2. Calcule a transformada de Fourier das funções dadas abaixo:

   (a) (0,5ptos) $\delta(t - t_0)$

   (b) (1,0ptos) $e^{i\omega_0 t}$

   (c) (1,0ptos) $\operatorname{sen}\omega_0 t$

3. (a) (0,5ptos) Calcule, pela definição, $F(s) = \mathcal{L}\{\cos at\}$

   (b) (1,0ptos) Use o resultado do item anterior e a propriedade da linearidade para obter $G(s) = \mathcal{L}\{\cos^2 at\}$.

   (c) (1,0ptos) Usando a fórmula complexa da inversão e o teorema do resíduo, mostre que $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \cos^2 at$.

4. (2,5ptos) Resolva, usando a transformada de Laplace, o seguinte problema de valor inicial. Faça o gráfico e dê uma interpretação física da solução encontrada:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = \operatorname{sen} t\,,$$

$$x(0) = 0\,, \quad \text{e} \quad \frac{dx}{dt}(0) = 1\,.$$

   Dado:

$$\mathcal{L}^{-1}\{\operatorname{sen} at\} = \frac{a}{s^2 + a^2}$$