$f(u,v)$ é bilinear em V, $\dim V = n$

Seja $(Pf)(u,v) = \frac{1}{2} f(u,v) - \frac{1}{2} f(v,u)$.

a) mostre que P é linear.

$P(f+\lambda g)(u,v) = (Pf)(u,v) + \lambda (Pg)(u,v)$

b) mostre que $P^2 = P$ (P é uma projeção)

$P(Pf)(u,v) = (Pf)(u,v)$

c) mostre que $\dim \operatorname{Im}(P) = \frac{n(n-1)}{2}$

e $\dim \operatorname{Ker}(P) = \frac{n(n+1)}{2}$.

note que $(Pf)(u,v) = f(u,v) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(u,v) = -f(v,u)$ (f é anti-simétrica)

E $(Pf)(u,v) = 0 \Rightarrow f(u,v) = f(v,u)$

(f é simétrica)

$\therefore \boxed{\dim \operatorname{Ker}(P) = \frac{n(n+1)}{2}}$ = dimensão do espaço das

e $\boxed{\dim \operatorname{Im}(P) = n^2 - \dim \operatorname{Ker}(P)}$ matrizes $n \times n$ simétricas