

Álgebra Linear Avançada II

Prof.^a Cecilia Chirenti

Lista 2 - Formas bilineares simétricas, formas quadráticas e formas hermitianas

1. Encontre a matriz simétrica pertencente a cada um dos seguintes polinômios quadráticos

(a) $q(x, y, z) = 2x^2 - 8xy + y^2 - 16xz + 14yz + 5z^2$

(b) $q(x, y, z) = x^2 - xz + y^2$

(c) $q(x, y, z) = xy + y^2 + 4xy + z^2$

(d) $q(x, y, z) = xy + yz$

2. Para cada uma das seguintes matrizes A , encontre uma matriz não singular P tal que P^tAP seja diagonal. Encontre o posto e a assinatura em cada caso.

(a) $M = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 6 & -9 \\ 3 & -9 & 4 \end{pmatrix}$

(c) $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & -2 & -5 & -1 \\ -2 & -5 & 6 & 9 \\ -3 & -1 & 9 & 11 \end{pmatrix}$

3. Seja $S(V)$ o conjunto das formas bilineares simétricas no espaço vetorial V de dimensão n . Mostre que $S(V)$ é um subespaço do espaço $B(V)$ das formas bilineares em V e mostre que $\dim S(V) = \frac{1}{2}n(n+1)$.
4. Suponha que A é uma matriz simétrica real definida positiva. Mostre que existe uma matriz não-singular P tal que $A = P^tP$.
5. Para quaisquer matrizes complexas A, B e qualquer $k \in \mathbb{C}$, mostre que:

(a) $\overline{A+B} = \overline{A} + \overline{B}$

(c) $\overline{AB} = \overline{A}\overline{B}$

(b) $\overline{kA} = \overline{k}\overline{A}$

(d) $\overline{A^t} = \overline{A}^t$

6. Seja A uma matriz complexa não-singular qualquer. Mostre que $H = A^*A$ é hermitiana e definida positiva.
7. Dizemos que B é hermitiana congruente a A se existe uma matriz não-singular Q tal que $B = Q^*AQ$. Mostre que congruência hermitiana é uma relação de equivalência.