

Funções de Uma Variável

Prof.^a Cecília Chirenti

Lista 1 - Limites de Funções - Derivadas

1. Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 3x + 2)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{4 - x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{2x - 5}$

(e) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^4 - 16}{h}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

2. Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \left[\frac{2x^2 - 1}{(3x + 2)(5x - 3)} - \frac{2 - 3x}{x^2 - 5x + 3} \right];$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x - 1)(2x + 3)}{(5x - 3)(4x + 5)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x}{x - 1} - \frac{2x}{x + 1} \right)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - 1} \left(\frac{1}{x + 3} - \frac{2}{3x + 5} \right)$

3. Calcule a inclinação dos gráficos das funções abaixo nos valores de x dados e determine as equações das retas tangentes correspondentes. Esboce o gráfico em cada caso.

(a) $f(x) = x^2 - 2$ em $x = \frac{3}{2}$, $x = -\frac{5}{3}$, $x = a$ qualquer.

(b) $f(x) = \frac{2x^2}{3} - 3x$ em $x = -1$, $x = \frac{2}{3}$, $x = a$ qualquer.

(c) $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ em $x = 0$, $x = 3$, $x = a$ qualquer.

(d) $f(x) = x^2 - x - 2$ em $x = \frac{1}{2}$, $x = -1$, $x = 2$, $x = a$ qualquer.

(e) $f(x) = \frac{1}{x}$ em $x = 1$, $x = 2$, $x = a \neq 0$.

(f) $f(x) = \frac{x}{x+2}$ em $x = 2$, $x = a \neq 0$.

(g) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ em $x = a \neq 1$.

(h) $f(x) = \frac{3}{2x-1}$ em $x = a \neq \frac{1}{2}$.

(i) $f(x) = x^3$ em $x = a$ qualquer.

(j) $f(x) = \sqrt{x}$ em $x = 1$, $x = 4$, $x = a > 0$.

4. Usando a definição, calcular as derivadas das funções seguintes no ponto indicado:

(a) $f(x) = \frac{3x-4}{2x+3}$ em $x = 1$

(b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$ em $x = 2$

(c) $f(x) = \sqrt{x}$ em $x = 4$

(d) $f(x) = \sqrt[3]{6x-4}$ em $x = 2$

5. Seja $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2-3, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$. Discuta (a) a continuidade e (b) a derivabilidade de $f(x)$ em $0 \leq x \leq 4$.

6. Calcule a derivada das funções abaixo:

(a) $y = 2x^5$

(f) $y = \frac{ax+b}{\alpha x+\beta}$

(b) $y = x^\pi$

(g) $y = \frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x-a}}$

(c) $y = \frac{3x^{15}}{5}$

(d) $y = 2x^{1/2}$

(h) $y = \frac{x^2-3x+1}{x^2+2x+5}$

(e) $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

(i) $y = (3x^2 + 2x - 5)(2x^2 + 3)$

(j) $y = x^7 - \frac{5x^6}{3} + \frac{3x^5}{5} - x^4 + 2x - 10$

7. Calcular a derivada das funções abaixo, usando a regra da cadeia:

(a) $f(x) = (3x^2 - 1)^{9/2}$

(d) $f(t) = \left(1 - \frac{1}{t}\right)^5$

(b) $f(x) = x^2\sqrt{x^2+1}$

(e) $f(t) = \left(\frac{t^2-1}{t^2+1}\right)^{3/2}$

(c) $f(t) = \frac{1}{1-t^2}$

(f) $f(u) = (u^2 - 1)^4(u^2 + 2)^5$

8. Calcular a derivada dy/dx em cada um dos casos abaixo:

(a) $y = \frac{u^2-3}{u^2+2}$, $u = \frac{1}{1-x^2}$

(b) $y = \left(\frac{1}{u} + x\right)^2$, $u = x^4 - 2x^2$

(c) $y = \left(x^2 - \frac{1}{u^2}\right)^2$, $u = (x^2 - 1)^3 - (x^2 + 1)^3$

9. Exercícios dos Capítulos 2 e 3 do Stewart. (Não é tudo! Compare com as notas de aula.)

10. Exercícios dos capítulos 3 e 7 do Guidorizzi. (Não é tudo! Compare com as notas de aula.)