Universidade Federal do ABC - UFABC
1^a Avaliação de FVV - 2/set/2013

TURMA das 10h

Nome: ____

Questão 1. Seja $3x^2 + y^2 + z^2 = 8$, $z > 0$.

(a) Determine o domínio e a imagem de f e represente-os graficamente;
(b) Esboce suas curvas de nível;
(c) Determine a equação do plano tangente à superfície no ponto $(1, -1, 2)$.

Questão 2. Responda se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta:

(a) Se $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x, y) = 0$ e se $|g(x, y)| \leq M$, para $0 < ||(x, y) - (x_0, y_0)|| < r$, onde r, M são reais positivos então $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x, y)g(x, y) = 0$.

(b) Seja $f : A \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função. Então, $\lim_{(x,y)\to(1,1)} f(x, y) = f(1, 1)$.

Questão 3. Considere

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} \,, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \,, & (x,y) = (0,0) \,. \end{cases}$$

(a) Determine o conjunto de pontos onde f é diferenciável.
(b) Calcule $f(1, 01, -0, 97)$.

Questão 4. Seja f uma função homogênea de grau n, isto é, $f(at, bt) = t^n f(a, b), \forall t \in \mathbb{R}$. Mostre:

(a) $af_x(at, bt) + bf_y(at, bt) = \lambda n^{\lambda-1} f(a, b), \forall t > 0$ e para todo $(a, b) \in A$, com $(at, bt) \in A$. (Dica: Derive f em relação a t).
(b) Conclua de (a) que $xf_x + yf_y = \lambda f$. (Relação de Euler)

ENTREGUE A FOLHA DE QUESTÕES JUNTO COM A RESOLUÇÃO DA PROVA.