Álgebra Linear - Prof.ª Cecilia Chirenti

Lista 9 - Sistemas de Equações Diferenciais Lineares

1. Determine a equação característica e os autovalores de

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Determine a equação característica e os autovalores de

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   e determine a multiplicidade de cada autovalor.

3. Determine a equação característica e os autovalores de

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} t & t^2 \\ 1 & 2t \end{bmatrix}$$

4. Determine a equação característica e os autovalores de

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} t & 6t & 0 \\ 4t & -t & 0 \\ 0 & 1 & 5t \end{bmatrix}$$

5. Prove que os autovalores de $\mathbf{A}t$ são t vezes os autovalores de $\mathbf{A}$.

6. Defina t_0, os vetores $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{f}(t)$ e $\mathbf{c}$ e a matriz $\mathbf{A}$ para que os sistemas abaixo sejam equivalentes ao sistema matricial de primeira ordem:

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t) \\ &\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{c} \end{aligned}$$

   (a) $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = t + 1\,; \quad x(1) = 1\,, \quad \dot{x}(1) = 2\,.$

   (b) $2\ddot{x} + x = 4e^t\,; \quad x(0) = 1\,, \quad \dot{x}(0) = 1\,.$

   (c) $e^t \dfrac{d^3x}{dt^3} - t\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{dx}{dt} - e^t x = 0\,; \quad x(-1) = 1\,, \quad \dot{x}(-1) = 0\,, \quad \ddot{x}(-1) = 1\,.$

   (d) $\dfrac{d^3x}{dt^3} = 0\,; \quad x(0) = 1\,, \quad \dot{x}(0) = 0\,, \quad \ddot{x}(0) = 0\,.$

   (e) $\begin{cases} \ddot{x} = \dot{x} + \dot{y} - z + t \\ \ddot{y} = tx + \dot{y} - 2y + t^2 + 1 \\ \dot{z} = x - y + \dot{y} + z\,; \end{cases}$

   $x(1) = 1\,, \quad \dot{x}(1) = 15\,, \quad y(1) = 0\,, \quad \dot{y}(1) = -7\,, \quad z(1) = 4\,.$

(f) $\begin{cases} \ddot{x} = 2\dot{x} + 5y + 3 \\ \dot{y} = -\dot{x} - 2y\,; \end{cases}$

$x(0) = 0\,, \quad \dot{x}(0) = 0\,, \quad y(0) = 1\,.$

(g) $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = 4x + 3y\,; \end{cases}$

$x(7) = 2\,, \quad y(7) = -3\,.$

7. Resolva cada um dos seguintes sistemas pelo método matricial.

(a) $\ddot{x} + 2\dot{x} - 8x = 0\,; \quad x(1) = 1\,, \quad \dot{x}(1) = 0\,.$

(b) $\ddot{x} + 2\dot{x} - 8x = 4\,; \quad x(0) = 0\,, \quad \dot{x}(0) = 0\,.$

(c) $\ddot{x} + 2\dot{x} - 8x = 4\,; \quad x(1) = 0\,, \quad \dot{x}(1) = 0\,.$

(d) $\ddot{x} + 2\dot{x} - 8x = 4\,; \quad x(0) = 1\,, \quad \dot{x}(0) = 2\,.$

(e) $\ddot{x} + 2\dot{x} - 8x = 9e^{-t}\,; \quad x(0) = 0\,, \quad \dot{x}(0) = 0\,.$

(f) $\begin{cases} \ddot{x} = 2\dot{x} + 5y + 3 \\ \dot{y} = -\dot{x} - 2y \end{cases}$

$x(0) = 0\,, \quad \dot{x}(0) = 0\,, \quad y(0) = 1\,.$

(g) $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = 4x + 3y \end{cases}$

(g) $\dfrac{d^3x}{dt^3} = 6t\,; \quad x(0) = 0\,, \quad \dot{x}(0) = 0\,, \quad \ddot{x}(0) = 12\,.$