Nome:____

Funções Complexas e Transformadas Integrais

Prova 2 - 11/8/2015

1. (2,5 pts) Faça o gráfico da função senoidal retificada, dada por

$$f(t) = \begin{cases} \text{sen}\ t & , \quad \text{se} \quad \text{sen}\ t \geq 0 \\ 0 & , \quad \text{se} \quad \text{sen}\ t < 0 \end{cases}$$

e determine a série de Fourier correspondente.

2. (a) (0,5pts) Enuncie o teorema da integral de Fourier.
   (b) (2,0pts) Mostre que

$$\mathcal{F}\{f(t)\cos(ct)\} = \frac{1}{2}[F(\omega-c)+F(\omega+c)] \quad \text{e} \quad \mathcal{F}\{f(t)\text{sen}\,(ct)\} = \frac{1}{2i}[F(\omega-c)-F(\omega+c)]\,,$$

   onde c é uma constante. Ilustre o efeito da multiplicação por $\cos(ct)$ no espectro de $f(t)$ para $f(t) = \cos t$ e $c = 2$.

3. (a) (1,0pts) Mostre que

$$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s) \quad \text{e} \quad \mathcal{L}\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^{\infty} F(u)du\,,$$

   desde que $\lim_{t\to 0} f(t)/t$ exista.
   (b) (1,0pts) Calcule, pela definição, $\mathcal{L}\{\text{sen}\ t\}$.
   (c) (0,5pts) Com os resultados dos ítens (a) e (b), mostre que

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\text{sen}}{t}\right\} = \text{arctg}\ \frac{1}{s}$$

4. (a) (1,0pts) Supondo $f(t)$ contínua em $t = 0$, mostre que

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0) \quad \text{e} \quad \mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)\,.$$

   (b) (1,5pts) Resolva $ty'' + 2y' + ty = 0$, com $y(0) = 1$ e $y(\pi) = 0$. (Sugestão: use os resultados do ex. 3.)