

## Funções Complexas e Transformadas Integrais

Prof.<sup>a</sup> Cecilia Chirenti

### Lista 1 - Números Complexos - Forma Polar

1. Efetue cada uma das operações indicadas:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & 2(5 - 3i) - 3(-2 + i) + 5(i - 3) \\ \text{(b)} & (3 - 2i)^3 \\ \text{(c)} & \frac{5}{3 - 4i} + \frac{10}{4 + 3i} \\ \text{(d)} & \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^{10} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(e)} & \left|\frac{2 - 4i}{5 + 7i}\right|^2 \\ \text{(f)} & \frac{(1 + i)(2 + 3i)(4 - 2i)}{(1 + 2i)^2(1 - i)} \end{array}$$

2. Se  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  são números complexos, prove

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & |z_1^2| = |z_1|^2 \\ \text{(b)} & |z_1 + z_2 + z_3| \leq |z_1| + |z_2| + |z_3| \\ \text{(c)} & |z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2| \end{array}$$

3. Encontre todas as soluções de  $2z^4 - 3z^3 - 7z^2 - 8z + 6 = 0$ .

4. Escreva na forma polar

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & 3\sqrt{3} + 3i \\ \text{(b)} & -2 - 2i \\ \text{(c)} & 1 - \sqrt{3}i \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(d)} & 5 \\ \text{(e)} & -5i \end{array}$$

5. Determine todas as raízes indicadas e represente-as graficamente

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & (4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i)^{1/3} \\ \text{(b)} & (-1)^{1/5} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(c)} & (\sqrt{3} - i)^{1/3} \\ \text{(d)} & i^{1/4} \end{array}$$

6. Se  $z_1 = \cos \theta_1 + i \operatorname{sen} \theta_1$  e  $z_2 = \cos \theta_2 + i \operatorname{sen} \theta_2$ , mostre que

$$z_1/z_2 = \cos(\theta_1 - \theta_2) + i \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2)$$

e interprete geometricamente.

7. Descreva o lugar geométrico representado por

(a)  $|z + 2 - 3i| = 5$

(b)  $|z + 2| = 2|z - 1|$

(c)  $|z + 5| - |z - 5| = 6$

Construa uma figura em cada caso.

8. Determine a região do plano dos  $z$  representada por cada uma das seguintes desigualdades

(a)  $|z - 2 + i| \geq 4$

(b)  $|z| \leq 3$

(c)  $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$

(d)  $|z - 3| + |z + 3| < 10$