Nome:____

Funções Complexas e Transformadas Integrais

Prova 1 - 03/07/2015

1. (2,5ptos) Usando a fórmula de de Moivre, resolva o que é pedido abaixo:

   (a) (1,0ptos) Identifique o lugar geométrico dos pontos no plano complexo gerados por potências sucessivas de um número complexo z.

   (b) (0,5ptos) Faça um gráfico para ilustrar o resultado obtido no item (a), usando $z = 1 + i$ e pelo menos 5 valores para z^n (por exemplo, $n = -2, -1, 0, 1, 2$).

   (c) (1,0ptos) Considere os casos especiais do item (a) em que (i) o módulo de z é igual a 1; (ii) a fase de z é igual a $k\pi$, com k inteiro.

2. (2,5ptos) Mostre que as equações de Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

   são uma condição necessária para que uma função f de variável complexa $z = x + iy$ da forma $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ seja uma função analítica. Quando essa condição se torna suficiente?

3. (2,5ptos) Construa uma função analítica $f(z)$ cuja parte real seja $e^{-x}(x \cos y + y \operatorname{sen} y)$ e tal que $f(0) = 1$.

4. Para a curva C dada por $|z - i| = 1$, calcule

$$\oint_C \frac{z e^{zt} dz}{(z^2 + 1)^2}$$

   em função do parâmetro t. Mostre o resultado obtido no plano complexo, com t variando de 0 a 2π.