Fundamentos da Relatividade Geral - Prof.ª Cecilia Chirenti

2ª Atividade para nota - Geometria Diferencial

1. Considere o helicóide descrito pelas equações abaixo:

$$\begin{cases} x = u \cos v \\ y = u \,\mathrm{sen}\ v \\ z = cv \end{cases} \tag{1}$$

   (a) Faça um gráfico no computador para visualizar a superfície do helicóide, escolhendo um valor para a constante positiva c.

   (b) Encontre a métrica do helicóide em função das variáveis u e v, a partir do teorema de Pitágoras na variáveis x, y e z.

   (c) Calcule a curvatura gaussiana do helicóide em um ponto genérico, considerando duas geodésicas radiais próximas. Analise o resultado encontrado para $u \to \infty$.

   (d) Calcule o símbolos de Christoffel do 2º tipo para a métrica do item (b).

   (e) Encontre a equação da geodésica usando o método variacional. Encontre a solução analítica nos casos em que isso seja possível e faça o gråfico das geodésicas encontradas sobre o gráfico da superfície do helicóide.

   (f) Verifique se a derivada covariante da métrica se anula em todos os pontos, ou seja, $g_{ij;k} = 0$.

Dica: 2 Situações que podem ser facilmente encontradas apresentam solução analítica para a equação da geodésica pedida no item (e).

- A primeira situação descreve geodésicas radias: basta tomar a constante de integração C da segunda eq. da geodésica (para v) igual a 0.
- Para encontrar a segunda situação, pode-se impôr como uma condição adicional que a curva procurada tem velocidade unitária e tomar a constante de integração C igual a 1, para então encontrar $v(u)$.