

Nome: _____

Fundamentos de Relatividade Geral

Prova 1 - 03/07/2015

- (2,5ptos) Considere as transformções de Lorentz entre dois referenciais inerciais S e S' . Mostre que essas transformções mantêm o intervalo relativístico invariante e conclua a partir daí a constância da velocidade da luz em todos os referenciais inerciais.
- (2,5ptos) Seja S uma esfera de raio R .
 - Encontre a métrica para a superfície de S em função das coordenadas angulares (θ, ϕ) .
 - Obtenha as equações da geodésica de S através do método variacional.
 - Através das equações obtidas, identifique as componentes não-nulas dos Γ_{jk}^i .

- (2,5ptos) Verifique que a derivada covariante do tensor F_j^i , dada por

$$F_{j;k}^i = F_{j,k}^i + F_j^a \Gamma_{ak}^i - F_a^i \Gamma_{jk}^a$$

satisfaz as propriedades da derivada da soma e do produto.

- (2,5ptos) É possível obter a fórmula do desvio gravitacional da frequência usando somente o princípio da equivalência, sem precisar usar a noção de fótons. Siga os passos abaixo:
 - Enuncie o princípio da equivalência.
 - A figura abaixo mostra um elevador de altura l em queda livre no campo gravitacional da Terra, supondo a aceleração da gravidade g constante. O movimento do elevador começa em $t = 0$. Nesse mesmo instante, um raio de luz de frequência f entra pelo teto do elevador, fazendo um ângulo θ com a vertical. Para um observador O em repouso dentro do elevador, quanto tempo leva para o raio de luz atingir o chão? E qual é a frequência da luz que ele observa nesse instante?
 - Para um observador O' em repouso no poço do elevador, qual é a velocidade v do elevador quando o raio de luz atinge o chão do elevador?
 - A fórmula clássica do efeito Doppler dá o desvio Δf entre a frequência emitida f_0 e a frequência observada como função da velocidade relativa Δv entre o observador e a fonte:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta v}{c}$$

Use os resultados dos itens (b) e (c) para calcular Δf e a frequência f' observada por O' quando o raio de luz atinge o chão.

