

Geometria Diferencial I - Prof.^a Cecilia Chirenti

Exercício para nota 2

Capítulo 2 de Elementary Differential Geometry, B. O'Neill

1. Exercício 19, seção 2.4, página 80.

- (a) Faça no computador o gráfico de $\tau(t) = (4 \cos 2t + 2 \cos t, 4 \sin 2t - 2 \sin t, \sin 3t)$ com $0 \leq t \leq 2\pi$.

Mesmo olhando para esta curva a partir de diferentes pontos de vista pode ser difícil entender o seu desenho; τ é um “nó de trevo”. (Intuitivamente, uma curva simples fechada no \mathbb{R}^3 é um nó se ela não pode ser continuamente deformada - permanecendo simplesmente fechada - até se tornar um círculo.)

O teorema de Fary-Milnor afirma que todo nó tem curvatura total estritamente maior do que 4π . (Veja a definição de curvatura total no ex. 17). Mostre:

- (b) A curva plana obtida a partir de τ removendo a componente z possui curvatura total exatamente igual a 4π .
- (c) τ pode ser deformada até se tornar um nó que possui curvatura total (estimada numericamente) menor do que 4.01π .

Dica: Para um valor de n adequado, seja τ_n a curva obtida a partir de τ com a nova componente z dada por $(1/n)\sin 3t$. Então a sua curvatura plana $\tilde{\kappa} = \kappa$ (veja a definição de curvatura plana no ex. 8 da seção 2.3) e na notação do ex. 12, $ds/dt = \sqrt{x'^2 + y'^2}$.