

Cálculo I -

1) Calcule, caso exista:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}}{\operatorname{sen} x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^x$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{3-x})$
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(x^2 - 3x + 2)}{x - 1}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$
- g) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{3x-8} - 2}$
- h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(x^2 - 1)}{x^3 - 1}$
- i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{sen} x} - \sqrt{1 - \operatorname{sen} x}}{x}$
- j) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x - 1|}{x - 1}$
- k) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x - 1|}{x - 1}$
- l) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{1-x^3}\right)$
- m) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x+1} + 1}{(x-1)^2}$
- n) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$
- o) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen} \pi x}{\operatorname{sen} 3\pi x}$
- p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \operatorname{tg} 2x}{2x - 5\operatorname{tg} 3x}$
- q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$
- r) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^4 + 1})$
- s) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cos \frac{1}{x}$
- t) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{sen} x}{x^3 - x^2}$
- u) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - 3}{9x^3 + x - 8}$
- v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^{2x} - 1}$
- w) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 - 2x + 1}$
- x) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^3}{x^3}$
- y) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x + 4) \cos \frac{\pi}{x-2}$
- z) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x-1}}$
- a1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$
- b1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(5x) - \cos(3x)}{x^2}$
- c1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\operatorname{sen} x^3|}{x}$
- d1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 2x}{x^2}$
- e1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}}{\ln(1+x)}$
- f1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right)$
- g1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x+3)^{x+4} - \ln(x+2)^{x+4}]$
- h1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^x$
- i1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+8}{3x-2}\right)^{4x+1}$
- j1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}(\operatorname{sen} x + \sqrt{x} \cos x)}{x\sqrt{x} - \operatorname{sen}(x\sqrt{x})}$
- k1) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$
- l1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{7x^6 + 5x^4 + 7}}{x^4 + 2}$
- m1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2^x - 3^x)$
- n1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2^x}{1 - 3^x}$

1. Calcule.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 3x + 2)$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 2x + 1)$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^3 + 2}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + 7x - 3}{x^4 - 2x + 3}$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 2x + 3}{3x^4 + 7x - 1}$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{x^2 - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5 - 4x + x^2 - x^5)$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x + 3)$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^2 + x + 3}$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{x + 1}$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - x}{3 + 2x}$

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + x}{3 + x^2}$

2. Prove que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$, onde $n > 0$ é um natural.

3. Calcule.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [2x - \sqrt{x^2 + 3}]$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 3})$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x + \sqrt{x}} - \sqrt[3]{x - 1})$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x+3}}{2x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{3x^3 + 2})$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{x+3})$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{2 + 3x^3})$

4. Calcule.

a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{3-x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{4}{2x-1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{x^2 - x}$

i) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{3x+1}{4x^2-1}$

l) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+3}{x^2-1}$

n) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x^2+x}$

p) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-5}{x^2+3x-4}$

r) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x^2-4}{1-x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4}{x-3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-3}{x^2}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x^2-x}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{x^2-1}$

m) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$

o) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x+1}{x^2+x}$

q) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

s) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{sen} x}{x^3-x^2}$

5. Dê exemplo de funções f e g tais que $\lim_{x \rightarrow p^+} f(x) = L$, $L \neq 0$, $\lim_{x \rightarrow p^+} g(x) = 0$, mas

$$\lim_{x \rightarrow p^+} \frac{f(x)}{g(x)}$$
 não existe.

6. Dê exemplo de funções f e g tais que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

$$\text{e } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] \neq 0.$$

7. Dê exemplo de funções f e g tais que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

$$\text{e } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} \neq 1.$$

8. Seja $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, onde $a > 0$, b, c, d são reais dados. Prove que existem números reais x_1 e x_2 tais que $f(x_1) < 0$ e $f(x_2) > 0$.9. Sejam f e g duas funções definidas em $]a, +\infty[$ tais que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ e $g(x) > 0$ para todo $x > a$. Prove que existe $r > 0$ tal que para todo $x > r$, $f(x) > g(x)$.

Lista de Exercícios - Cálculo I -
Limites - Limites Fundamentais

EX 1 Calcule:

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 3x^2 + 2)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}{x+1} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^4 - 7x^3 + x^2 - 1)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^2 - 3x - 5}{\sqrt{x^4 + 1}} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^3 + 2} \right)$$

$$13) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{x+3} \right)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x^4 - 2x + 3}{3x^4 + 7x - 1} \right)$$

$$14) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + \sqrt{x+3}}{2x-1} \right)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 4}{x+1} \right)$$

$$15) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2+x}{3+x^2} \right)$$

$$16) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 4})$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x^2 - 2} \right)$$

$$17) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x+3})$$

$$8) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x^3 - 6x + 1}{2x^2 + 3} \right)$$

$$18) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$$

$$9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{8x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 - 3x + 1} \right)$$

$$19) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 1}}{x+1} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x+1} \right)$$

$$20) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+4} - \sqrt{x-2})$$

$$f = x - \pi.$$

(Ex 2) Calcule:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2 - 2x + 1} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{1-2x}{x-3} \right)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x+2}{(x-1)^2} \right)$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}^-} \left(\frac{3x+2}{5-2x} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1-x}{(x-2)^2} \right)$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9} \right)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2x^2 + 5x - 3}{|x+2|} \right)$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{3}{x^2 - x} \right)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{2x+3}{(x-1)^3} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{3x^2 - 4}{1 - x^2} \right)$$

(Ex 3) Calcule:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x + \tan x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin x}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec x}{x^2}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x-1}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \sin x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(4x)}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(4x)}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + \sin x}{x}$$

Ex 4

Calcule:

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{2} \right)^x$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{3x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \log_3 x$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow e^2} \ln x$$

$$8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{3x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$$

$$9) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^x$$

Ex 5 Calcule:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{2x}-1}{x} \right)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}-1}{x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^{3x}-1}{x} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x - e^a}{x-a}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5^x-1}{x} \right)$$

$$7) \lim_{x \rightarrow a} \frac{2^x - 2^a}{x-a}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^x-1}{x^2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{e^{3x}-1}$$