Nome:____

Funções de Várias Variáveis - Prova 2 - Turma A1 - 27/04/2017

ATENÇAO: Marque as respostas nesta folha, e justifique as alternativas escolhidas na folha de respostas. Alternativas corretas sem justificativa ou com justificativas incorretas não serão consideradas.

1. (1,0 ponto) Calcule $\iint_D dx\,dy$ onde D é a região sob $y = 4 - 2x^2$ no primeiro quadrante. Escolha a resposta correta:

   (a) $-\frac{8}{3}\sqrt{2}$
   (b) $\frac{8}{3}\sqrt{2}$
   (c) 0
   (d) $\frac{16}{3}\sqrt{2}$
   (e) nenhuma das alternativas

2. (1,0 ponto) Usando a fórmula de Taylor até primeira ordem, estime o valor da função $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y}$ no ponto $(4,9)$, sabendo o valor de $f(5,8)$. O resultado é:

   (a) 5.2
   (b) 5.3
   (c) 5.5
   (d) 5.7
   (e) 5.9

3. (1,0 ponto) Analisando a função $f(x,y) = x^2(x-1)+y(2x-y)$ definida no domínio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1,\ -1 \leq y \leq 1\}$, um estudante de cálculo escrevey o seguinte:

   A função f tem um ponto de mínimo global em D **porque** o ponto $(0,0)$ é um ponto crítico de f.

   A respeito da afirmação feita pelo estudante, assinale a alternativa correta:

   (a) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
   (b) As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
   (c) A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
   (d) A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
   (e) Ambas as asserções são proposições falsas.

4. (1,0 ponto) Inverta a ordem da integração para calcular

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 e^{y^2}\,dy\,dx$$

   . A resposta é:

   (a) $\frac{1}{4}(e^4 - 1)$
   (b) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$
   (c) $\frac{1}{6}(e^3 - 1)$
   (d) $\frac{1}{2}(e^2 - e)$
   (e) $\frac{1}{4}(e^2 - e)$

5. (1,0 ponto) O volume da região limitada pela superfície $z = 1 + y^2$ e pelos planos $x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$ é

   (a) $7/12$
   (b) $\sqrt{3}/12$
   (c) $\pi/12$
   (d) $13/12$
   (e) nenhuma das anteriores

6. (1,0 ponto) Os valores máximo e mínimo de $f(x,y,z) = xyz$ na superfície $2x^2+2y^2+z^2 = 2$ são:

   (a) $\pm\frac{\sqrt{2}}{9}$
   (b) $\pm\frac{\sqrt{3}}{9}$
   (c) $\pm\frac{\sqrt{6}}{9}$
   (d) $\pm\frac{2\sqrt{2}}{9}$
   (e) $\pm\frac{2\sqrt{3}}{9}$

7. (1,0 ponto) Uma lâmina plana de densidade uniforme ocupa uma região do plano xy limitada pelas curvas $y = 0$ e $y = \sqrt{1-x^2}$. Se (x_{cm}, y_{cm}) é o centro de massa da lâmina, então y_{cm} é igual a

   (a) $\frac{2}{3\pi}$
   (b) $\frac{1}{2}$
   (c) $\frac{2}{\pi}$
   (d) $\frac{3}{2\pi}$
   (e) $\frac{4}{3\pi}$

8. (1,0 ponto) Considere a função $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$, definida para $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sabendo que se $a > 0$, então

$$\iint\limits_{x^2+y^2 \le a^2} f(x, y)dx\, dy = \pi(1 - e^{-a^2}),$$

   julgue os itens a seguir.

   I Os conjuntos $C_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = k, 0 < k < 1\}$, que representam curvas de nível da função f, são circunferências de centro na origem.

   II $\lim -x^2 + y^2 \to \infty f(x, y) = 0$.

   III A função f é limitada superiormente, mas não é limitada inferiormente.

   IV $\iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y)dx\, dy = \pi$.

   Estão certos apenas os itens

   (a) I e III
   (b) II e IV
   (c) III e IV
   (d) I, II e III
   (e) I, II e IV

9. Encontre o volume do sólido E limitado por $z = 3 + x^2 + y^2$ e por $z = 6$.

   (a) $-27\frac{\pi}{2}$
   (b) $9\frac{\pi}{2}$
   (c) $\frac{3\pi}{2}$
   (d) 9π
   (e) nenhuma das anteriores

10. (1,0 ponto) Para a função $f(x, y, z) = x^3 + 2y^2 + xy - 2x + 5y$, no ponto $(-1, -1)$ temos

   (a) um ponto de mínimo local
   (b) um ponto de máximo local
   (c) um ponto de sela
   (d) $\nabla f(-1, -1) \neq 0$
   (e) o teste da derivada segunda não dá informação em $(-1, -1)$