Nome:____

Geometria Diferencial I

Prova 2 - 03/05/2016

1. (2,5 pts) Sejam C uma transformação ortogonal e T_a uma translação por a.

   (a) Prove que $CT_a = T_{C(a)}C$.

   (b) Mostre que uma isometria $F = T_aC$ possui um um mapa inverso F^{-1}, que também é uma isometria. Encontre as partes de translação e ortogonal de F^{-1}.

2. (2,5pts) Congruência de curvas

   (a) Defina curvas congruentes.

   (b) Dada uma curva $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) : I \to \mathbb{R}^3$, prove que $\beta : I \to \mathbb{R}^3$ é congruente a α se e somente se β pode ser escrita como

   $$\beta(t) = p + \alpha_1(t)e_1 + \alpha_2(t)e_2 + \alpha_3(t)e_3 ,$$

   onde $p \in \mathbb{R}^3$ e $e_i \cdot e_j = \delta_{ij}$.

3. (2,5pts) Um helicóide H é a imagem do mapa $x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que

   $$x(u,v) = (u\cos v, u\,\mathrm{sen}\, v, bv) , \quad (b \neq 0) .$$

   (a) Prove que x é um sistema de coordenadas.

   (b) Descreva suas curvas $x(u, v_0)$ e $x(u_0, v)$.

   (c) Descreva o helicóide na forma implícita $g = c$.

4. (2,5pts) Seja $x : R \to M$ um 2-segmento definido no quadrado unitário $R : 0 \leq u, v \leq 1$ e seja ϕ a 1-forma em M tal que

   $$\phi(x_u) = u + v \quad \text{e} \quad \phi(x_v) = uv .$$

   Calcule $\iint_x f\phi$ e $\int_{\partial x} \phi$ separadamente, e verifique o teorema de Stokes.
   Dica: $x^* d\phi = d(x^*\phi)$