Nome:____

Geometria Analítica - Turma A

Prova 1 - 25/03/2019

Parte A **Questões de múltipla escolha. A alternativa correta deverá ser justificada no espaço designado para cada questão. Alternativas corretas sem justificativa, ou com justificativa errada, não serão consideradas.**

1. (1.0) Considere as seguintes afirmações:

   (I) Todo conjunto de 3 vetores é base de V^3

   (II) Todo conjunto com menos de 3 vetores é $\ell.i.$

   (III) Todo conjunto com mais de 3 vetores é $\ell.d.$

   Assinale a alternativa correta:

   (a) Apenas I é verdadeira.

   (b) Apenas II é verdadeira.

   (c) Apenas III é verdadeira.

   (d) Todas as afirmações são verdadeiras.

   (e) Todas as afirmações são falsas.

2. (1.0) Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in V^3$ vetores dintintos não nulos. Assinale a alternativa contendo uma afirmação **falsa**:

   (a) $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se e somente se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é linearmente dependente

   (b) $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|$ se e somente se $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

   (c) $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \times (-\vec{u} + \vec{v}) = 5\vec{u} \times \vec{v}$

   (d) se a medida do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\pi/3$ e se $|\vec{u}| = 1$, $\vec{v} = 2$ então $|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{3}$

   (e) $|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = 2|\vec{u}|^2|\vec{v}|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$

3. (1.0) Seja B uma base ortonormal positiva de V^3 e sejam A, B e C pontos tais que

$$\overrightarrow{AB} = (1, 0, 1)_B, \quad \overrightarrow{AC} = (\alpha, \beta, 0)_B,$$

com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Se o comprimento da altura, relativa à base AB, do paralelogramo determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ é igual a 1, pode-se afirmar que:

(a) $\alpha^2 + (\beta^2 - 1) = 0$

(b) $\alpha^2 - (\beta^2 - 1) = 0$

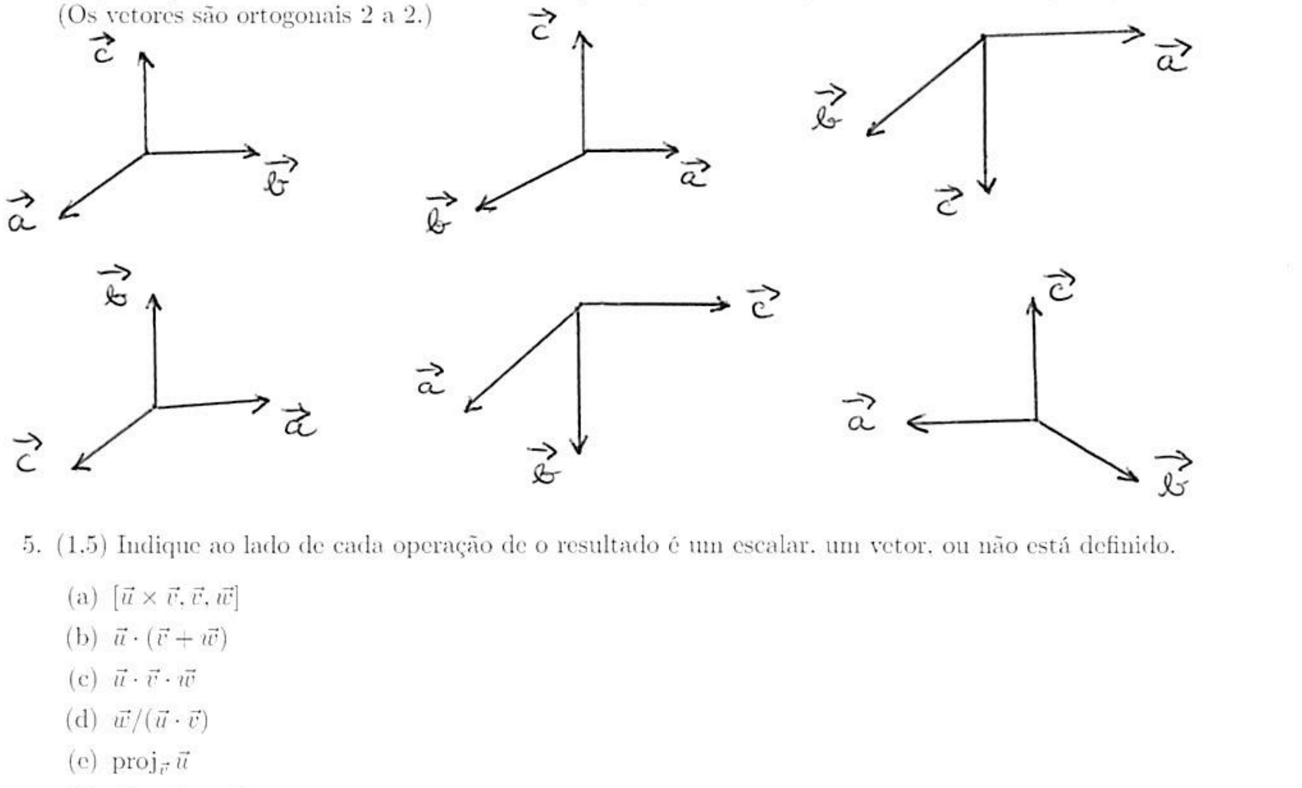
(c) $\alpha^2 - 2(\beta^2 - 1) = 0$

(d) $\alpha^2 + 2(\beta^2 - 1) = 0$

(e) $\alpha^2 + 2(\beta^2 + 1) = 0$

Parte B **Questões de respostas curtas. Marque a sua resposta no espaço indicado e justifique. Respostas corretas sem justificativa não serão consideradas.**

4. (1.5) Indique abaixo de cada desenho se $B = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ é uma base positiva, uma base negativa, ou não é base. (Os vetores são ortogonais 2 a 2.)



5. (1.5) Indique ao lado de cada operação de o resultado é um escalar, um vetor, ou não está definido.

(a) $[\vec{u} \times \vec{v}, \vec{v}, \vec{w}]$

(b) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$

(c) $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \vec{w}$

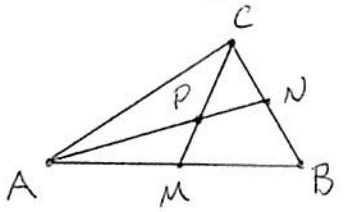
(d) $\vec{w}/(\vec{u} \cdot \vec{v})$

(e) $\text{proj}_{\vec{v}}\, \vec{u}$

(f) $(\vec{u} \times \vec{u}) \times \vec{w}$

Parte C **Questões discursivas. Resolva na folha de resposta e passe a limpo cada sua resolução no espaço abaixo.**

6. (2.0) Na figura, M e N são pontos médios dos lados do triângulo e $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AN}$. Demonstre vetorialmente que $\alpha = \frac{2}{3}$.



7. (2.0) Em relação a uma base B ortonormal positiva dada, temos $\vec{u} = (1, 3, 1)_B$, $\vec{v} = (0, 1, -2)_B$ e $\vec{w} = (1, 1, 3)_B$.

(a) Prove que $C = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é uma base de V^3

(b) Quais são as coordenadas de $\vec{a} = (1, -1, 4)_C$ na base B?

(c) Qual é o volume do tetraedro formado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$?