

Exercício 1. Encontre o maior subconjunto de $I \subseteq \mathbb{R}$ para os quais as curvas parametrizadas $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ abaixo sejam diferenciáveis. Encontre as equações paramétricas da curva e o vetor tangente à curva nos instantes $t \in I$.

(a) $\gamma(t) = (\cos(t), t)$

(b) $\gamma(t) = (t^2, t^3)$

(c) $\gamma(t) = (\sin(t), \cos(t))$

(d) $\gamma(t) = (\cos(t^2 - 1), e^{t^3+2t-1}, \sinh(t^3 - t^2 + 1))$

(e) $\gamma(t) = (\cosh(t^3 + t^2), 3t^3 - 4t + 15, \sin(t^3 + t^2 + t + 1))$.

Exercício 2. Encontre o maior subconjunto de \mathbb{R} para os quais as curvas parametrizadas do exercício 1 são regulares.

Exercício 3. Ache o comprimento da curva regular γ em cada um dos itens abaixo:

(a) $\gamma(t) = \{x = 5t, y = 4t^2, z = 3t^2; 0 \leq t \leq 2\}$ (b) $\gamma(t) = \{x = t^2, y = t \sin(t), z = t \cos(t); 0 \leq t \leq 1\}$.

Exercício 4. Encontre o domínio das seguintes funções e represente-o graficamente:

(a) $f(x, y) = \sqrt{x + y - 2}$

(b) $f(x, y) = \sqrt{y - x^2}$

(c) $f(x, y) = \frac{1}{x + y - 2}$

(d) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$

(e) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x - y}}$

(f) $f(x, y) = \sqrt{y - x} + \sqrt{y - 2}$

(g) $f(x, y) = \sqrt{xy}$

(h) $f(x, y) = \log x - y - 2$

(i) $f(x, y) = \ln(x^2 - y - 1)$ (j) $f(x, y) = \ln(y - x^3)$

Exercício 5. Considere a função:

(a) $f(x, y) = x + y$. Para que valores de x e y tem-se $f(x, y) = 2$? Represente graficamente a resposta.

(b) $f(x, y) = 2^{x+y}$. Para que valores de x e y tem-se $f(x, y) = 1$? Represente graficamente a resposta.

(c) $f(x, y) = xy$. Para que valores de x e y tem-se $f(x, y) = 1$? Represente graficamente a resposta.

Exercício 6. Esboce o gráfico das seguintes funções, com domínio em \mathbb{R}^2 :

(a) $f(x, y) = 2$

(b) $f(x, y) = 5$

(c) $f(x, y) = 12 - 3x - 4y$

(d) $f(x, y) = x + y$

(e) $f(x, y) = 3 + x - y$

(f) $f(x, y) = x^2 + y^2$

(g) $f(x, y) = 1 - x^2$

(h) $f(x, y) = 1 - y^2$

Exercício 7. Esboce as curvas de nível das funções:

(a) $f(x, y) = 3x + 4y$ (b) $f(x, y) = x - y$

(c) $f(x, y) = 2x - 3y$ (d) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$

(e) $f(x, y) = y - x^2$ (f) $f(x, y) = y - x^2 + 4$

(g) $f(x, y) = y - x^3$ (h) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2}$

(i) $f(x, y) = xy$