

BC0407 - Funções de Várias Variáveis  
Lista 4 - Regra da cadeia, derivadas direcionais e gradiente  
Profa. Juliana Pimentel

16.03.2016

**Exercício 1.** Suponha que  $z = f(x, y)$  seja diferenciável no ponto  $(4, 8)$  com  $f_x(4, 8) = 3$  e  $f_y(4, 8) = -1$ . Se  $x = t^2$  e  $y = t^3$ , encontre  $\frac{dz}{dt}$  para  $t = 2$ .

**Exercício 2.** Seja  $f(x, y) = x^2y^2 - x + 2y$ , onde  $x = \sqrt{u}$  e  $y = uv^3$ . Encontre  $\frac{\partial f}{\partial u} |_{u=1, v=-2}$  e  $\frac{\partial f}{\partial v} |_{u=1, v=-2}$ .

**Exercício 3.** Seja  $z = f(x - y, y - x)$ . Mostre que  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

**Exercício 4.** Determine a derivada direcional de  $f$  em  $P$  na direção do vetor  $u$ :

- (a)  $f(x, y) = \sin(x) \cos(y)$ ,  $P = (\pi/3, -2\pi/3)$ ,  $u = (2, 3)$
- (b)  $f(x, y, z) = \sqrt{xyz}$ ,  $P = (2, -1, -2)$ ,  $u = (1, 2, -2)$

**Exercício 5.** Determine a derivada direcional máxima de  $f$  em  $P$  e a direção em que isto ocorre:

- (a)  $f(x, y, z) = 3x^2 + y^2 + 4z^2$ ,  $P = (1, 5, -2)$
- (b)  $f(x, y, z) = \sqrt{xy^2z^2}$ ,  $P = (2, 2, 2)$

**Exercício 6.** Determine a equação do plano tangente à superfície  $xz - yz^3 + yz^2 = 2$ .

**Exercício 7.** Considere a seguinte função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Calcule  $f_x$  e  $f_y$ . Verifique também que  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$ .