Bases Matemáticas - 2º quadrimestre de 2010

Prof.ª Cecilia Chirenti

Lista 4 - Funções - Seqüências - Limites de Seqüências

1. Escreva os 4 primeiros termos das seqüências abaixo:

   (a) $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

   (b) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$

   (c) $a_n = \frac{(2x)^{n-1}}{(2n-1)^5}$

   (d) $a_n = \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}$

   (e) $a_n = \frac{\cos nx}{x^2+n^2}$

2. Encontre um possível n-ésimo termo para as seqüências cujos primeiros 5 termos se indicam e encontre o 6o. termo:

   (a) $\frac{-1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{-5}{11}, \frac{7}{14}, \frac{-9}{17}, \cdots$

   (b) $1, 0, 1, 0, 1, \cdots$

   (c) $\frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4}, 0, \frac{4}{5}, \cdots$

3. A seqüência de Fibonacci é dada por $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ e $u_1 = 1$, $u_2 = 1$.

   (a) Ache os primeiros 6 termos.

   (b) Mostre que o n-ésimo termo é dado por $u_n = (a^n - b^n)/\sqrt{5}$ onde $a = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$, $b = \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$.

4. Usando a definição de limite, prove que:

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4-2n}{3n+2} = \frac{-2}{3}$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^4+1}{n^2} = \infty$

   (c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\operatorname{sen} n}{n} = 0$

5. Determine o menor $N > 0$ tal que $|(3n+2)/(n-1) - 3| < \varepsilon$ para todo $n > N$ se

   (a) $\varepsilon = 0,01$ (b) $\varepsilon = 0,001$ (c) $\varepsilon = 0,0001$

6. Usando a definição de limite, prove que $\lim\limits_{n\to\infty} (2n-1)/(3n+4)$ não pode ser $\frac{1}{2}$.

7. Prove que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n/b_n = A/B$ se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ e $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = B \neq 0$.

8. Calcule os seguintes limites, aplicando as propriedades:

(a) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{4-2n-3n^2}{2n^2+n}$

(b) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{3n^2-5n+4}}{2n-7}$

(c) $\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n^2+n}-n)$

(d) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[3]{\dfrac{(3-\sqrt{n})(\sqrt{n}+2)}{8n-4}}$

(e) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{4\cdot 10^n - 3\cdot 10^{2n}}{3\cdot 10^{n-1}+2\cdot 10^{2n-1}}$

(f) $\lim_{n\to\infty} (2^n+3^n)^{1/n}$

9. Prove que a seqüência $u_n = \sqrt{n}/(n+1)$

   (a) é monótona decrescente,

   (b) é limitada inferiormente,

   (c) é limitada superiormente,

   (d) tem um limite.

10. Construa os gráficos de

    (a) $y = \arccos x$

    (b) $y = cos 3x$

    (c) $y = \operatorname{sen}(5x+\pi/3)$

    (d) $y = \operatorname{tg}(\pi/6 - 2x)$

    (e) $y = e^{-x}$

    (f) $y = \ln|x|$

    (g) $y = e^{-x}\operatorname{sen} x$

11. Calcule:

    (a) $\operatorname{arcsen}(-\sqrt{3}/2)$

    (b) $\operatorname{arctg}(1) - \operatorname{arctg}(-1)$

    (c) $\operatorname{arccotg}(1/\sqrt{3}) - \operatorname{arccotg}(-1/\sqrt{3})$

    (d) $\operatorname{arccosh}\sqrt{2}$

    (e) $\operatorname{arcsen} x + \arccos x$, $-1 \leq x \leq 1$

    (f) $\operatorname{arcsen}(\cos 2x)$, $0 \leq x \leq \pi/2$

    (g) $\operatorname{arcsen}(\cos 2x)$, $\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$

    (h) $\operatorname{tgh}(\operatorname{arccossech} 3x)$, $x \neq 0$

    (i) $\cos(2\operatorname{arctgh} x^2)$

12. Exercícios dos Capítulos 1 e 2 do Stewart.

13. Exercícios dos capítulos 2, 3 e 4.3 do Guidorizzi.