Funções de Várias Variáveis - 2º quadrimestre de 2010

Prof.ª Cecilia Chirenti

Lista 6 - Integrais Duplas e Triplas - Teoremas

1. Calcular as integrais duplas abaixo:

   (a) $\displaystyle\int_2^3 \int_{-1}^2 (2x+3y+6)dxdy$

   (b) $\displaystyle\int_0^b \int_0^a (x+y)dxdy$

   (c) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^\infty e^{-x}dxdy$

   (d) $\displaystyle\int_0^e \int_0^e \frac{dxdy}{xy}$

   (e) $\displaystyle\int_{-1}^2 \int_{2x^2-2}^{x^2+x} ydydx$

   (f) $\displaystyle\int_0^1 \int_{x^2}^{2-x} x^2dydx$

   (g) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \text{sen}\,(2mx+2ny)dxdy$

   (h) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} (a\cos 2\theta + b\text{sen}\, 2\theta)d\theta dy$

2. Calcular as integrais triplas abaixo:

   (a) $\displaystyle\int_{-3}^3 \int_0^1 \int_1^2 (x+y+z)dxdydz$

   (b) $\displaystyle\int_0^a \int_0^b \int_0^c (x^2+y^2+z^2)dxdydz$

   (c) $\displaystyle\int_0^1 \int_{y^2}^1 \int_0^{1-x} xdzdydx$

   (d) $\displaystyle\int_0^r \int_0^\alpha \int_0^\beta (x^2+y^2+z^2)dxdydz$, onde r é constante, $\alpha = \sqrt{r^2-z^2}$ e $\beta = \sqrt{r^2-y^2-z^2}$.

3. Calcular:

   (a) $\displaystyle\iint_R x^2dxdy$ onde R é o retângulo $|x|+|y| \leq 1$.

   (b) $\displaystyle\iint_R r\cos\theta drd\theta$ onde R é o círculo $r = a\cos\theta$.

   (c) $\displaystyle\iint_R (x+y)dxdy$ onde R é a região limitada pelas retas $z=0$, $y=0$ e $x+y=2$.

(d) $\displaystyle\iint_R x^2y^2dxdy$ onde R é o círculo $x^2+y^2\leq 1$

4. Calcular $\displaystyle\iint_R xydxdy$ onde R é:

   (a) o triângulo $x=0$, $y=0$, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. $(a,b>0)$;
   (b) o setor $x=0$, $y=0$, $x^2+y^2=a^2$;
   (c) a área determinada pelo segmento de parábola $y^2=2x$ e pela reta $x=2$.

5. Calcular $\displaystyle\iint_R \frac{dxdy}{1+x^2+y^2}$ onde R é a região limitada por $(x^2+y^2)^2=x^2-y^2$ (Sugestão: usar coordenadas polares).

6. Calcular $\displaystyle\iiint_R \frac{dxdydz}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$ onde R é a esfera $x^2+y^2+z^2\leq 1$. (Sugestão: usar coordenadas esféricas.)

7. Calcular $\displaystyle\iiint_R x^3y^2zdxdydz$ onde R é a região definida pelas desigualdades $0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq x$ e $0\leq z\leq xy$.

8. Calcular $\displaystyle\iiint_R xyzdxdydz$ onde R é o primeiro octante do elipsóide $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

9. Achar a área da região compreendida entre a parábola $x^2+8y=16$ e a reta $4y=3x$.

10. Calcular usando o teorema de Green a integral de linha $\displaystyle\oint(x^3-3xy^2)dx+(3x^2y-y^3)dy$ sendo R o primeiro quadrante do círculo $x^2+y^2=1$.

11. Verificar o teorema de Green para a integral $\displaystyle\oint_C(x+y)dx+(y-x)dy$ onde C é o contorno fechado formado pelas parábolas $y=x^2$ e $y^2=x$.

12. Verificar o teorema de Green para a integral $\displaystyle\oint_C(2x-y^3)dx-xydy$ onde C é formado pelas circunferências $x^2+y^2=4$ e $x^2+y^2=9$.

13. Calcular por meio do teorema de Green a integral $\displaystyle\iint_R y^2dxdy$ onde R é a região limitada pela curva $x=a(1-\operatorname{sen}^2\theta)$, $y=a\operatorname{sen}^2\theta$ com $(0\leq\theta\leq\pi)$.

14. Exercícios dos Capítulos 3-5 e 8 do livro Um Curso de Cálculo, vol. 3, H.L. Guidorizzi.

15. Exercícios dos Capítulos 15 e 16.4-5 do livro Cálculo, vol. 2, J. Stewart.