

Nome: _____

Funções de Várias Variáveis

Prova 2 - 12/07/2010

1. (1,0ptos) Seja a função $z(x, y)$ dada implicitamente por $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y + 3 = 0$. Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$.
2. (1,5ptos) Desenvolva a função $f(x, y) = e^x \sin y$ em série de Taylor ao redor do ponto $(0, 0)$ (série de Maclaurin) até o termo de terceira ordem.
3. (2,5ptos) Encontre os eixos da elipse: $5x^2 + 8xy + 5y^2 = 9$. Sugestão: encontre os extremos da distância até a origem, usando a equação da elipse como restrição. Esboce o gráfico da elipse.
4. (2,5ptos) Encontre o ângulo entre os gradientes da função $z = \ln \frac{y}{x}$ nos pontos $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ e $B(1, 1)$.
5. (2,5ptos) Seja $\vec{F}(x, y) = -\frac{y}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\vec{j}$ com $(x, y) \neq (0, 0)$.
 - (a) Calcule $\int_{\gamma} -\frac{ydx}{x^2+y^2} + \frac{xdy}{x^2+y^2}$, onde γ é a circunferência $x^2+y^2 = 1$.
 \vec{F} é campo conservativo? Justifique.
 - (b) Calcule $\iint_B \text{rot } \vec{F} \cdot \vec{k} \, dxdy$, onde B é a área delimitada por γ .
 - (c) Usando os resultados dos itens (a) e (b), pode-se dizer que o teorema de Green (ou teorema de Stokes no plano) é verificado neste caso? Interprete o resultado.