

Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Prof.^a Cecilia Chirenti

Lista 6 - Equações diferenciais de ordem superior II

1. Resolva os seguintes problemas de valor inicial

(a) $y'' - y' - 2y = e^{3x}$; $y(0) = 1, y'(0) = 2$

(b) $y'' - y' - 2y = e^{3x}$; $y(0) = 2, y'(0) = 1$

(c) $y'' - y' - 2y = 0$; $y(0) = 2, y'(0) = 1$

(d) $y'' - y' - 2y = e^{3x}$; $y(1) = 2, y'(1) = 1$

(e) $y'' + y = x$; $y(1) = 0, y'(1) = 1$

(f) $y'' + 4y = \sin^2 2x$; $y(\pi) = 0, y'(\pi) = 0$

(g) $y'' + y = 0$; $y(2) = 0, y'(2) = 0$

(h) $y''' = 12$; $y(1) = 0, y'(1) = 0, y''(1) = 0$

(i) $\ddot{y} + 2\dot{y} + 2y = \sin 2t + \cos 2t$; $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$

2. Sabemos que a equação de movimento para um sistema massa-mola vertical é dada pela Lei de Newton como

$$\ddot{x} + \frac{a}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F(t)}{m}$$

onde m é a massa do corpo, k é a constante elástica da mola e x é a distância medida a partir da posição de equilíbrio da mola (já levando em conta a gravidade). Consideramos a força elástica $F_{el} = -kx$, uma força devida à resistência do ar $F_{ar} = -a\dot{x}$ e admitimos a possibilidade de uma força $F(t)$ (se $F(t) \neq 0$ o movimento de oscilação é forçado, se $F(t) = 0$ o movimento é livre).

- Determine a solução da equação de movimento se as oscilações são livres e não-amortecidas.
- Mostre quais os diferentes tipos de amortecimento possíveis para oscilações livres, analisando a quantidade $a^2 - 4km$. Esboce o gráfico das diferentes soluções (assuma valores para m, k e a se quiser).
- Resolva o problema de valor inicial, assumindo $m = 12, 8\text{kg}$, $a = 0$, $k = 64 \text{ N/m}$, $x(0) = -0.5\text{m}$, $\dot{x}(0) = 0$ e uma força $F(t) = 8\sin 4t$. Encontre $|x|$ para $t \rightarrow \infty$ e interprete o resultado.

3. A lei de Kirchoff para um circuito RLC fornece

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q = V(t)$$

onde $i = \frac{dq}{dt}$.

Um circuito RLC com $R = 6\Omega$, $C = 0,02\text{F}$ e $L = 0,1\text{H}$, tem $V(t) = 6\text{V}$. Supondo que não haja corrente inicial nem carga inicial quando $t = 0$, ao ser aplicada inicialmente a voltagem, determine a carga subsequente no capacitor e a corrente no circuito. Esboce os gráficos de $q(t)$ e $i(t)$.

4. Um circuito RLC com $R = 5\Omega$, $C = 0,01\text{F}$ e $L = \frac{1}{8}\text{H}$ não tem corrente voltagem aplicada. Determine a corrente estacionária subsequente no circuito. (Sugestão: condições iniciais desnecessárias.)

5. Exercícios do Capítulo 4 do Zill & Cullen.