

Funções de Várias Variáveis

Prof.^a Cecilia Chirenti

Lista 4 - Derivada de função implícita - Fórmula de Taylor - Máximos e Mínimos

1. Determine a derivada $\frac{dy}{dx}$ das funções definidas implicitamente pelas equações:

- (a) $2x + 3y - 7 = 0$, num ponto genérico (x_0, y_0)
- (b) $3x^2 + 2y - 5 = 0$, num ponto genérico (x_0, y_0)
- (c) $x^2 + y^2 - 9 = 0$, no ponto $(1, 2\sqrt{2})$
- (d) $2x^2 + 3y^2 = 1$, no ponto $(0, -\frac{\sqrt{3}}{3})$
- (e) $x^{0.5} \cdot y^{0.5} - 10 = 0$, no ponto $(4, 25)$
- (f) $x^2 + xy - 9 = 0$, no ponto $(1, 8)$
- (g) $y^3 - xy + 1 = 0$, no ponto $(2, 1)$
- (h) $x^2 - e^{xy} - 3 = 0$, no ponto $(2, 0)$

2. Desenvolva as funções abaixo usando a Fórmula de Taylor como indicado:

- (a) $f(x, y) = \text{sen}(x + y)$ em série de potências de h e k .
- (b) $f(x, y) = \text{sen } xy$ nas vizinhanças do ponto $(1, \frac{\pi}{2})$
- (c) $f(x, y) = e^x \cos y$ em série de potências de h e k .
- (d) $f(x, y) = e^x \text{sen}(x + y)$ nas vizinhanças do ponto $(0, 0)$ (fórmula de Maclaurin).

3. Encontre os pontos críticos de f e classifique-os:

- (a) $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2x - 2y$
- (b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 3x - 4y$
- (c) $f(x, y) = 3 + 4xy$
- (d) $f(x, y) = e^{3x+4y}$
- (e) $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$
- (f) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$
- (g) $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 - y^2 - 3y$
- (h) $f(x, y) = e^{x^2+3y}$
- (i) $f(x, y) = x^3 + 2y^2 - 3x - 4y$
- (j) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$
- (k) $f(x, y) = -x^2 - 4xy - 4$
- (l) $f(x, y) = x^2y^2$

4. Ajuste uma reta de mínimos quadrados, $y = ax + b$, aos dois conjuntos de pontos abaixo. Represente os pontos e a reta obtida graficamente.

- (a) $(2, 7), (4, 10), (6, 11)$

(b) $(5, 15), (4, 10), (2, 5), (1, 3), (3, 9)$

5. Determine o ponto de máximo e de mínimo das funções nos domínios indicados:

(a) $f(x, y) = x + y, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$

(b) $f(x, y) = x - y, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4\}$

(c) $f(x, y) = x + y, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq \frac{1}{x}, x \geq 0, y \geq 0\}$

(d) $f(x, y) = x + y, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq \frac{1}{x}, x \geq 0, y \geq 0\}$

(e) $f(x, y) = x^2 + y^2, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x + y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0\}$

(f) $f(x, y) = x^2 + y^2, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x + y \leq 1\}$

(g) $f(x, y) = -x^3 + y, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 2\}$

(h) $f(x, y) = -x^2 + y, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

6. Encontre os pontos de máximo e de mínimo das funções a seguir:

(a) $f(x, y) = x + y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 1 = 0$

(b) $f(x, y) = x - y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 2 = 0$

(c) $f(x, y) = 2x - y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$

(d) $f(x, y) = x + 2y$ sujeito a $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$

(e) $f(x, y) = x + 3y$ sujeito a $xy = 1$

(f) $f(x, y) = x - y$ sujeito a $xy = 2$

(g) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$ sujeito a $2x + 4y - 12 = 0$

(h) $f(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$ sujeito a $x + y = 5$

(i) $f(x, y) = x + y$ sujeito a $2x^2 + y^2 = 1$

7. Uma empresa produz apenas dois produtos A e B e sua produção é totalmente vendida a 80 cada unidade de A e 60 cada unidade de B . A empresa opera segundo a curva de transformação do produto, dada por $x^2 + y^2 = 2500$, onde x e y representam, respectivamente, as quantidades de A e B .

(a) Quais as quantidades x e y que maximizam a receita de vendas?

(b) Qual o valor dessa receita?

8. Exercícios dos Capítulos 12, 15, 16 e 17 do livro Um Curso de Cálculo, vol. 2, H.L. Guidorizzi.

9. Exercícios do Capítulo 14 do livro Cálculo, vol. 2, J. Stewart.