Nome:____

Geometria Analítica

Prova Substitutiva - 15/12/2009

1. A, B, C e D são vértices consecutivos de um quadrilátero plano qualquer. M é tal que $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$ e N é o ponto médio de $\overline{CD}$. Em função de $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$, pedem-se:
   (a) (0,5 pto) $\overrightarrow{AM}$;
   (b) (0,5 pto) $\overrightarrow{AN}$;
   (c) (1,0 pto) $\overrightarrow{MN}$

2. Em relação a uma base B dada, temos $\vec{u} = (1, 3, 1)$, $\vec{v} = (0, 1, -2)$ e $\vec{w} = (1, 1, 3)$.
   (a) (1,0 pto) Prove que $C = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é uma base de V.
   (b) (1,0 pto) Quais são as coordenadas de $\vec{a} = (1, -1, 4)_C$ na base B?

3. (a) (1,5 pto) Demonstre a relação de Euler: Quaisquer que sejam os pontos A, B, C e D, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.
   (b) (0,5 pto) Como conseqüência, prove: Em um tetraedro, se $\overrightarrow{AB}$ é ortogonal a $\overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{AC}$ é ortogonal a $\overrightarrow{BD}$, então $\overrightarrow{AD}$ é ortogonal a $\overrightarrow{BC}$.

4. (a) (1,0 pto) Construa uma base ortonormal de orientação positiva $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ tal que $\vec{I}$ seja paralelo a $(1, 1 - 2)$ e $\vec{K}$ seja combinação linear de $(2, 0, 1)$ e $(-1, 3, 4)$.
   (b) (1,0 pto) Dado $\vec{v} = (4, 1, 2)$, quais são as coordenadas de $\vec{v}$ na base $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$?

5. São dados o plano $\pi :\ x - y + z - 6 = 0$ e o ponto $P = (2, -4, 3)$.
   (a) (0,5 pto) Escreva as equações paramétricas da reta r que passa por P e é perpendicular a π.
   (b) (0,5 pto) Ache as coordenadas do ponto de intersecção de r e π.
   (c) (1,0 pto) Ache as coordenadas do ponto simétrico de P em relação a π.