Nome:____

Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Prova 1 - 23/10/2009 - Turma A

1. Resolva a equação diferencial abaixo e encontre $y(x)$ na forma implícita.

$$(x^4 y - 2x^2)dx + \left(\frac{x^5}{5} + y^2\right) dy = 0\,.$$

2. Resolva a equação diferencial abaixo e encontre $s(r)$ na forma explícita.

$$2r(s^2+1)dr + (r^4+1)ds = 0\,.$$

   Use $\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$.

3. Seja a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)\,, \tag{1}$$

   onde $f(tx,ty) = f(x,y)$. Sabe-se que a substituição $y = x\nu$ torna a equação (1) separável. Escrevendo a equação como

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{f(x,y)}\,, \tag{2}$$

   mostre que a substituição $x = yu$ torna a equação (2) separável em u e y.

4. Um circuito RC está ligado a uma bateria de laptop muito velha, cuja tensão diminui com o tempo como $V(t) = V_0 e^{-t/T}$. Usando a lei de Kirchoff, encontre a expressão para a carga $q(t)$ no capacitor, inicialmente descarregado. Faça um esboço qualitativo do gráfico de $q(t)$ (não precisa calcular o valor de $q(t)$ nos pontos críticos). Qual é a carga final no capacitor?

   Dados: Lei de Kirchoff: $V - V_R - V_c = 0\,,$
   $V_R = Ri\,, \quad V_C = \frac{q}{C}\,, \quad i = \frac{dq}{dt}\,.$