

Universidade Federal do ABC

1ª Avaliação de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Nome: _____ Turma: _____

1) (2.5 pontos) Considere o problema de valor inicial dado pela equação $y' = xy^{1/2}$ sujeita à condição inicial $y(0) = 0$.

- (a) Encontre a solução geral da equação diferencial e solução do p.v.i.
- (b) Verifique que $y(x) = 0$ também é solução to p.v.i. Por que esse resultado não contradiz o Teorema da Existência e Unicidade?

2) (2.5 pontos) Um tanque com seção transversal de área A contém água até a altura h_0 . No instante $t = 0$, abre-se um buraco de área a no fundo e a água começa a escoar. A variação da altura h da água com o tempo t é descrita pela equação diferencial $A \frac{dh}{dt} = -a\sqrt{2gh}$, onde g é a aceleração da gravidade. Determine:

- (a) a altura h da água no instante t .
- (b) o tempo T necessário para toda a água escoar do tanque.

3)(2.5 pontos) Encontre a solução geral da equação diferencial

$$\left(x - y \arcsen \frac{y}{x}\right) dx + x \arcsen \frac{y}{x} dy = 0.$$

Dica: Faça $\int \arcsen x dx = \int 1 \arcsen x dx$ e use $(\arcsen x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

4) (2.5 pontos) Uma equação diferencial da forma $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ é exata se $\frac{\partial M(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial y}$. Uma equação diferencial linear da forma $y' + p(x)y = q(x)$ não é necessariamente exata. Mas é sempre possível multiplicá-la por um fator integrante $\mu(x)$ tal que a equação resultante seja exata. Mostre que o o fator integrante é dado por $\mu(x) = e^{\int p(x)}$.

Boa prova !