

Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Prof.^a Cecilia Chirenti

Lista 5 - Equações diferenciais de ordem superior I

1. O problema de valor inicial

$$y' - \frac{2}{x}y = 0, \quad y(0) = 0$$

tem duas soluções $y = 0$ e $y = x^2$. Por que este resultado não contradiz o Teorema de Existência e Unicidade das soluções?

2. Explique se o Teorema de Existência e Unicidade é aplicável ao problema de valor inicial abaixo:

$$y' - \frac{2}{x}y = 0, \quad y(1) = 3.$$

3. O problema de valor inicial

$$xy' - 2y = 0, \quad y(0) = 0$$

tem duas soluções $y = 0$ e $y = x^2$. Por que este resultado não contradiz o Teorema da Existência e Unicidade?

4. Determine se o conjunto $\{x^3, |x^3|\}$ é linearmente dependente em $[-1, 1]$. Depois, calcule $W(x^3, |x^3|)$ em $[-1, 1]$. Os resultados obtidos contradizem o teorema do Wronskiano?
5. Determine se cada conjunto de funções é ou não linearmente dependente em $(-\infty, \infty)$

(a) $\{e^{2x}, e^{-2x}\}$

(d) $\{x + 1, x - 1\}$

(b) $\{e^{\lambda_1 x}, e^{\lambda_2 x}\}, \lambda_1 \neq \lambda_2$

(c) $\{x, 1, 2x - 7\}$

(e) $\{x + 1, x^2 + x, 2x^2 - x - 3\}$

6. Ache o Wronskiano de

(a) $\{x^2, x\}$

(b) $\{\sin x, 2 \cos x, 3 \sin x + \cos x\}$

(c) $\{e^x, e^{-x}, e^{2x}\}$

7. Resolva as seguintes equações diferenciais

- | | |
|--------------------------|-----------------------------------|
| (a) $y'' - y = 0$ | (g) $y'' + 6y' + 9y = 0$ |
| (b) $y'' - y' - 30y = 0$ | (h) $y'' + 2y' + 3y = 0$ |
| (c) $y'' - 2y' + y = 0$ | (i) $y'' - 3y' - 5y = 0$ |
| (d) $y'' + y = 0$ | (j) $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$ |
| (e) $y'' + 2y' + 2y = 0$ | |
| (f) $y'' - 7y = 0$ | |

8. Resolva as seguintes equações diferenciais

- | | |
|---------------------------------|--|
| (a) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$ | (f) $y^{(4)} - y = 0$ |
| (b) $y''' - y'' - y' + y = 0$ | (g) $y^{(4)} + 2y''' - 2y' - y = 0$ |
| (c) $y''' - 3y'' - 3y' - y = 0$ | (h) $y^{(4)} - 4y'' + 16y' + 32y = 0$ |
| (d) $y''' - y'' + y' - y = 0$ | (i) $y^{(4)} + 5y = 0$ |
| (e) $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$ | (j) $y^{(4)} + 2y''' + 3y'' + 2y' + y = 0$ |

9. Determine a solução geral das seguintes equações diferenciais.

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| (a) $y'' - 2y' + y = x^2 - 1$ | (f) $y' - y = e^x$ |
| (b) $y'' - 2y' + y = 3e^{2x}$ | (g) $y' - y = xe^{2x} + 1$ |
| (c) $y'' - 2y' + y = 4 \cos x$ | (h) $y' - y = \sin x + \cos 2x$ |
| (d) $y'' - 2y' + y = 3e^x$ | (i) $y''' - 3y'' + 3y' - y = e^x + 1$ |
| (e) $y'' - 2y' + y = xe^x$ | |

10. Use o método da variação dos parâmetros para determinar a solução geral das seguintes equações diferenciais.

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|
| (a) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^5}$ | (d) $y' - \frac{1}{x}y = x^2$ |
| (b) $y'' + y = \sec x$ | (e) $y' + 2xy = x$ |
| (c) $y'' + 4y = \sin^2 2x$ | (f) $y''' = 12$ |