

Nome: _____

Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Prova 2 - 15/04/2011

1. É dado o problema de valor inicial dado abaixo, correspondente a um oscilador harmônico forçado,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = \text{sen } t$$

com as condições iniciais

$$x(0) = 0, \quad \text{e} \quad \frac{dx}{dt} = 1.$$

- (a) (1,0ptos) Resolva a equação homogênea associada.
 - (b) (1,5ptos) Encontre uma solução particular para o problema não-homogêneo usando o método dos coeficientes indeterminados.
 - (c) (0,5ptos) Use as condições iniciais para obter a solução do problema de valor inicial.
 - (d) (0,5ptos) Esboce o gráfico da solução $x(t)$ encontrada. Qual o limite de $x(t)$ para $t \rightarrow \infty$?
2. Para a equação diferencial dada abaixo

$$y'' - \frac{y'}{x} = x,$$

- (a) (1,5ptos) Resolva a equação homogênea associada.
 - (b) (1,5ptos) Encontre uma solução particular usando o método da variação dos parâmetros.
 - (c) (0,5ptos) Apresente a solução geral do problema.
3. Dado o sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = y - 2x \end{cases}$$

sujeito às condições iniciais $x(0) = 8$ e $y(0) = 3$, pede-se:

- (a) (0,5ptos) Escreva o sistema na forma matricial $\dot{X} = AX$.
- (b) (1,0ptos) Calcule os autovalores da matriz A .
- (c) (1,0ptos) Obtenha os autovetores da matriz A .
- (d) (0,5ptos) Calcule a solução do sistema na forma vetorial, usando as condições iniciais.
- (e) (0,5ptos) Apresente as soluções $x(t)$ e $y(t)$.