Nome:____

Bases Matemáticas - Turma A2

Prova 1 - 24/07/2014

1. (1,5) Considere a proposição abaixo e escolha a alternativa correta:

$$p \leftarrow q$$

   (a) p implica q
   (b) p somente se q
   (c) q é suficiente para p
   (d) q é necessária para p
   (e) todas as anteriores

Seja 2^S o conjunto potência de S, ou

2. (1,5) Seja 2^S o conjunto potência de S, ou seja, o conjunto de todos os subconjuntos de S. Para $S = \{3, \{1,4\}\}$, assinale a alternativa incorreta:

   (a) $\{1,4\} \subset S$
   (b) $\{\{1,4\}\} \in 2^S$
   (c) $\emptyset \in 2^S$
   (d) $S \in 2^S$
   (e) $1 \notin S$

3. (1,5) Queremos provar por indução que $\sqrt{n} \leq \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$, $\forall n \geq 1$, com n inteiro. A afirmação é claramente verdadeira para $n = 1$. Assumimos que seja verdadeira para $n = k$. Como devemos proceder para concluir a prova por indução?

   (a) $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k+1}} \geq \sqrt{k}+\frac{1}{\sqrt{k+1}} = \sqrt{k+1}+1 \geq \sqrt{k+1}$
   (b) $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k+1}} \geq \sqrt{k+1}+\frac{1}{\sqrt{k+1}} \geq \sqrt{k+1}$
   (c) $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k+1}} \geq \sqrt{k}+1 \geq \sqrt{k+1}$
   (d) $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k+1}} \geq \sqrt{k}+\frac{1}{\sqrt{k}} \geq \frac{\sqrt{k}\sqrt{k+1}}{\sqrt{k}} \geq \frac{k+1}{\sqrt{k+1}} = \sqrt{k+1}$
   (e) $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k+1}} \geq \sqrt{k}+\frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{\sqrt{k}\sqrt{k+1}+1}{\sqrt{k+1}} \geq \frac{\sqrt{k}\sqrt{k+1}}{\sqrt{k+1}} = \frac{k+1}{\sqrt{k+1}} = \sqrt{k+1}$

4. (1,5) Assinale a alternativa correta:

   (a) a soma de dois irracionais é sempre um irracional
   (b) o produto de dois irracionais é sempre um irracional
   (c) a soma de um racional e um irracional é sempre um irracional
   (d) um irracional elevado a qualquer expoente é sempre um irracional
   (e) todas as alternativas anteriores

5. (1,5) Resolva a desigualdade e assinale a resposta correta:

$$|x+1| < |x^2+2x+2|^2$$

   (a) $(-\infty, +\infty)$
   (b) $]-1, +\infty)$
   (c) $(-\infty, -1[$
   (d) $]-1, 1[$
   (e) não há solução

6. (1,5) Encontre a inversa da seguinte função:

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

   (a) $f^{-1}(x) = \frac{x}{x-1}$
   (b) $f^{-1}(x) = xy + x$
   (c) $f^{-1}(x) = -x - 1$
   (d) $f^{-1}(x) = -\frac{x}{x-1}$
   (e) nenhuma das anteriores

7. (1,5) Como podemos obter o gráfico de $f(x) = x^2 - 4x - 1$ a partir do gráfico de $f(x) = x^2$?

   (a) desloque o gráfico 2 unidades para a esquerda e 5 unidades para baixo
   (b) desloque o gráfico 4 unidades para a esquerda e 1 unidade para baixo
   (c) desloque o gráfico 2 unidades para a direita e 5 unidades para cima
   (d) desloque o gráfico 4 unidades para a direita e 1 unidade para cima
   (e) nenhuma das anteriores