Nome:____

Geometria Analítica

Prova 1 - Turma E - 27/10/2011

1. (2,5ptos) Considere um triângulo ABC qualquer, no qual N é o ponto médio de $\overline{AC}$, M é ponto médio de $\overline{BC}$, X é tal que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MX}$ e Y é tal que $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NY}$. Mostre que os pontos X, Y e C são colineares.

2. (2,5ptos) Decomponha o vetor $\vec{u} = (1, 2, 1)$ em uma soma de dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tais que $\vec{a}$ é paralelo ao vetor $\vec{v} = (1, 4, 1)$ e $\vec{b}$ é ortogonal a $\vec{v}$. Determine o ângulo formado por $\vec{a}$ e $\vec{u}$.

3. (2,5ptos) Dados $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (1, 1, 0)$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = (0, 1, 1)$ e $\overrightarrow{OC} = \vec{c} = (2, 1, 0)$, encontre um vetor $\overrightarrow{OP} = \vec{x}$ que satisfaça simultaneamente as condições abaixo:
   (a) $\vec{x}$ é coplanar com $\vec{a} \times \vec{b}$ e $\vec{b} \times \vec{c}$.
   (b) $\vec{x}$ é ortogonal a $\vec{a} + \vec{c}$.
   (c) o volume do tetraedro $OPBC$ é o dobro do volume do tetraedro $OABC$.

4. (2,5ptos) Seja $C = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ uma base ortonormal positiva. O vetor $(1, 2, 1)_C$ pode ser escrito como $(4, 3, -1)_B$ numa base $B = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.
   (a) Sendo $\vec{u} = (1, 1, 0)_C$ e $\vec{v} = (1, -2, 1)_C$, determine $\vec{w}$.
   (b) Encontre as coordenadas do vetor $\vec{i}$ na base B.