Nome:____

Funções de Várias Variáveis - Prova 2 - Turma B2 - 27/04/2017

ATENÇAO: Marque as respostas nesta folha, e justifique as alternativas escolhidas na folha de respostas. Alternativas corretas sem justificativa ou com justificativas incorretas não serão consideradas.

1. (1,0 ponto) Usando a fórmula de Taylor até primeira ordem, estime o valor da função $f(x,y) = \sqrt{x^2+y}$ no ponto $(5,10)$, sabendo o valor de $f(4,9)$. O resultado é:

   (a) 5,3
   (b) 5,5
   (c) 5,7
   (d) 5,9
   (e) nenhuma das alternativas

2. (1,0 ponto) Para a função $f(x,y) = x^3 + 2y^2 + xy - 2x + 5y$, no ponto $(-1,-1)$ temos

   (a) um ponto de mínimo local
   (b) um ponto de máximo local
   (c) um ponto de sela
   (d) $\nabla f(-1,-1) \neq 0$
   (e) o teste da derivada segunda não dá informação em $(-1,-1)$

3. (1,0 ponto) Analisando a função $f(x,y) = x^2(x-1) + y(2x-y)$, definida no domínio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1,\ -1 \leq y \leq 1\}$, um estudante de cálculo escreveu o seguinte:

   A função f tem um ponto de mínimo global em D **porque** o ponto $(0,0)$ é um ponto crítico de f.

   A respeito da afirmação feita pelo estudante, assinale a alternativa correta:

   (a) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
   (b) As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
   (c) A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
   (d) A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
   (e) Ambas as asserções são proposições falsas.

4. (1,0 ponto) Encontre o valor máximo da função $x^2 + y^2$ sujeita à restrição $x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0$.

   (a) 0
   (b) 2
   (c) 4
   (d) 16
   (e) 20

5. (1,0 ponto) Invertendo a ordem da integração, a integral

$$\int_0^3 \int_x^3 f(x,y)dy\,dx + \int_{-3}^0 \int_x^3 f(x,y)dy\,dx$$

   é equivalente a:

   (a) $\int_0^3 \int_{-y}^y f(x,y)dx\,dy$
   (b) $\int_{-3}^3 \int_{-y}^y f(x,y)dx\,dy$
   (c) $\int_{-3}^3 \int_{-3}^y f(x,y)dx\,dy$
   (d) $\int_x^3 \int_0^3 f(x,y)dx\,dy + \int_x^3 \int_{-3}^0 f(x,y)dx\,dy$
   (e) nenhuma das alternativas

6. (1,0 ponto) Calcule $\iint_R (x+2y)dx\,dy$ onde R é a região do plano limitada por $x+y=2$, $x=y$ e $y=0$. Escolha a resposta correta:

   (a) 1/3
   (b) 5/3
   (c) 7/3
   (d) 11/3
   (e) 14/3

7. (1,0 ponto) Considere a função $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$, definida para $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Sabendo que se $a > 0$, então

$$\iint_{x^2+y^2\leq a^2} f(x,y)dx\,dy = \pi(1-e^{-a^2})\,,$$

julgue os itens a seguir.

I Os conjuntos $C_k = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = k,\, 0 < k < 1\}$, que representam curvas de nível da função f, são circunferências de centro na origem.

II $\lim\limits_{x^2+y^2\to\infty} f(x,y) = 0$.

III A função f é limitada superiormente, mas não é limitada inferiormente.

IV $\iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y)dx\,dy = \pi$.

Estão certos apenas os itens

(a) I e III
(b) II e IV
(c) III e IV
(d) I, II e III
(e) I, II e IV

8. (1,0 ponto) Escolha qual das integrais abaixo representa o volume do sólido limitado por $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $2x + y + z = 4$:

(a) $\int_0^4\int_0^4\int_0^2 1dx\,dy\,dz$
(b) $\int_0^2\int_0^{4-2x}\int_0^{4-y} 1dz\,dy\,dx$
(c) $\int_0^4\int_0^{2x}\int_0^{4-y} 1dz\,dy\,dx$
(d) $\int_0^2\int_0^{4-2x}\int_0^{4-2x-y} 1dz\,dy\,dx$
(e) $\int_0^2\int_0^1\int_0^1 1dz\,dy\,dx$

9. (1,0 ponto) Encontre o volume do sólido cuja base é a região do plano xy que é limitada pela parábola $y = 4 - x^2$ e pela reta $y = 3x$, sendo que a parte superior do sólido é limitada pelo plano $z = x + 4$:

(a) $\frac{625}{12}$
(b) $\frac{625}{11}$
(c) $\frac{542}{13}$
(d) $\sqrt{15}\pi$
(e) $\frac{\sqrt{8}\pi}{3}$

10. (1,0 ponto) Uma lâmina plana de densidade uniforme ocupa uma região do plano xy limitada pelas curvas $y = 0$ e $y = \sqrt{1-x^2}$. Se (x_{cm}, y_{cm}) é o centro de massa da lâmina, então y_{cm} é igual a

(a) $\frac{2}{3\pi}$
(b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{\pi}$
(d) $\frac{3}{2\pi}$
(e) $\frac{4}{3\pi}$

Exercício extra (1,0 ponto) Deseja-se pintar a superfície externa de um monumento em forma de um parabolóide, que pode ser descrito pela equação $z = x^2 + y^2$, situado na região do espaço de coordenadas cartesianas (x, y, z) dada pela condição $z \leq 16$. Os eixos coordenados estão dimensionados em metros e gasta-se dois litros de tinta a cada metro quadrado de área da superfície a ser pintada.

A quantidade de tinta, em litros, necessária para se pintar a superfície lateral do monumento é dada pela integral dupla:

(a) $4\int_0^4\int_0^{\sqrt{16-x^2}}(x^2+y^2)dx\,dy$
(b) $8\int_0^4\int_0^{\sqrt{16-x^2}}(x^2+y^2)dx\,dy$
(c) $4\int_0^{\pi/2}\int_0^4\sqrt{1+4r^2}r dr\,d\theta$
(d) $8\int_0^{\pi/2}\int_0^4\sqrt{1+4r^2}r dr\,d\theta$
(e) $8\int_0^{\pi/2}\int_{-4}^4\sqrt{1+4r^2}r dr\,d\theta$