

## Álgebra Linear - 2022.3

## Lista 3 - Sistemas lineares

- 1) Descreva todas as possíveis matrizes  $2 \times 2$ , que estão na forma escada reduzida por linha.
- 2) Reduza as matrizes abaixo à forma escada reduzida por linha e calcule posto e nulidade de cada uma delas:
- a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$
- b)  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix};$
- c)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$
- 3) Prove que toda matriz anti-simétrica  $3 \times 3$  não-nula tem posto igual a dois.
- 4) Resolver os sistemas por escalonamento. Para sistemas com solução indeterminada, obter a resposta em forma paramétrica.
- (a)  $\begin{cases} x + 5y = 13 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$
- (b)  $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 5x - 3y + z = -10 \\ -2x - y + z = 1 \end{cases}$
- (c)  $\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$
- (d)  $\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$
- (e)  $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \\ x + 7y - 7z = 5 \end{cases}$
- (f)  $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 1 \\ x - y + z = 3 \\ x - y - 3z = -3 \\ 3x + 3y - 5z = 0 \\ -x + y + z = 1 \end{cases}$
- (g)  $\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 5y + 6z = 0 \end{cases}$
- 5) Determine  $m$  de modo que o sistema linear seja indeterminado:
- $$\begin{cases} mx + 3y = 12 \\ 2x + \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$$
- 6) Para o seguinte sistema linear:
- $$\begin{cases} m^2x - y = 0 \\ x + ky = 0 \end{cases}$$
- Determine, se existe, o valor de  $m$  em função de  $k$  de modo que o sistema:
- (a) tenha solução única (trivial)
- (b) seja impossível
- 7) Prove que o sistema
- $$\begin{cases} x + 2y + 3z - 3t = a \\ 2x - 5y - 3z + 12t = b \\ 7x + y + 8z + 5t = c \end{cases}$$
- admite solução se, e somente se,  $37a + 13b = 9c$ . Ache a solução geral do sistema quando  $a = 2$  e  $b = 4$ .
- 8) Determinar  $a$  e  $b$  para que o sistema seja possível e determinado
- $$\begin{cases} 3x - 7y = a \\ x + y = b \\ 5x + 3y = 5a + 2b \\ x + 2y = a + b - 1 \end{cases}$$
- 9) Determinar o valor de  $k$  para que o sistema
- $$\begin{cases} x + 2y + kz = 1 \\ 2x + ky + 8z = 3 \end{cases}$$
- tenha:
- (a) solução única
- (b) nenhuma solução
- (c) mais de uma solução
- 10) Resolva o sistema
- $$\begin{cases} \frac{2}{u} + \frac{3}{v} = 8 \\ \frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -1 \end{cases}$$
- 11) Discuta os seguintes sistemas:
- (a)  $\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 5 \\ ax + z = 4 \end{cases}$

$$(b) \begin{cases} x + z + w = 0 \\ x + ky + k^2w = 1 \\ x + (k+1)z + w = 1 \\ x + z + kw = 2 \end{cases}$$

12) Determine  $k$  para que o sistema admita solução.

$$\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - 4y = 0 \\ 2x - y = k \end{cases}$$

13) Classifique, de acordo com o valor de  $k$ , os sistemas abaixo em “possível e determinado”, “possível e indeterminado”, ou “impossível”.

$$a) \begin{cases} x + y - kz = 0 \\ kx + y - z = 2 - k \\ x + ky - z = -k \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} kx + 2y = 6 \\ 3x - y = -2 \\ x + y = 0 \end{cases}.$$