

Nome: \_\_\_\_\_

**PROVA 1 (31/10/2022)**

Álgebra Linear

Prof. Cristian F. Coletti

3o Quadrimestre 2022

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

- Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução. Boa qualidade em pouca quantidade é melhor do que muita quantidade com pouca qualidade.
- É permitido consultar uma folha de anotações. É terminantemente proibido consultar o colega e usar celular e calculadora.

## Exercícios

**Ex. 1** — (Valor: 1,5 pontos) Seja  $V = \mathbb{R}^2$ . Defina uma operação de adição em  $V$  por

$$(u, v) \oplus (x, y) = (u + x + 1, v + y + 1)$$

para todo  $(u, v)$  e  $(x, y)$  em  $V$ . Defina uma operação de multiplicação por escalar em  $V$  por

$$\alpha \odot (x, y) = (\alpha x, \alpha y)$$

para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $(x, y) \in V$ . Com essas operações o conjunto  $V$  não é um espaço vetorial. Os axiomas de espaço vetorial que não são verificados são \_\_\_ e \_\_\_. Justifique sua resposta.

**Ex. 2** — Resolva os exercícios abaixo.

(a)(Valor: 1 ponto) Considere o espaço vetorial  $W = \{(1, x, y, 6) : x, y \in \mathbb{R}\}$  com a adição e o produto por escalar em  $W$  dados por

$$(1, x, y, 6) \oplus (1, x', y', 6) = (1, x + x', y + y', 6) \text{ e } \alpha \odot (1, x, y, 6) = (1, \alpha.x, \alpha.y, 6)$$

Apresente o vetor nulo (com respeito à adição  $\oplus$ ) de  $W$  justificando sua resposta.

(b)(Valor: 1 ponto) Considere o espaço vetorial  $V = (0, \infty)$  com a adição e o produto por escalar em  $V$  dados por

$$x \oplus y = x.y \text{ e } \alpha \odot x = x^\alpha.$$

Dado  $x \in V$ , apresente o inverso aditivo de  $x$  (com respeito à adição  $\oplus$ ). Justifique sua resposta.

**Ex. 3** — Seja  $W \subset \mathcal{P}_3$  definido por  $W = \{p \in \mathcal{P}_3 : p(0) = p(1)\}$

(a)(Valor: 1,5 pontos) Verifique que  $W$  é um subespaço vetorial de  $\mathcal{P}_3$ . Justifique sua resposta.

(b)(Valor: 1,5 pontos) Exiba uma base de  $W$ . Justifique sua resposta.

(c)(Valor: 1 ponto) Seja  $U = \{p \in \mathcal{P}_3 : p'(1) = 0\}$ .  $U$  é um subespaço vetorial de  $\mathcal{P}_3$ . Qual é a dimensão de  $U \cap W$ ? Justifique sua resposta.

**Ex. 4** — Considere o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} w + x + y + z = 6 \\ w + y + z = 4 \\ w + y = 2 \end{cases} \quad (1)$$

(a)(Valor: 1,5 pontos) Use o método de eliminação Gaussiana para resolver o sistemas de equações (1). Justifique sua resposta.

(b)(Valor: 1 ponto) Classifique o sistema de equações (1) em compatível determinado, compatível indeterminado ou incompatível. Justifique sua resposta.