

Nome: _____

Prova de Recuperação (16/02/2023)

Álgebra Linear

Prof. Cristian F. Coletti

3o Quadrimestre 2022

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
Total	

- Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução.
- É permitido consultar, apenas, uma folha de anotações.

Exercícios

Ex. 1 — (Valor: 1,5 pontos) Considere o espaço vetorial $W = \left\{ \left(\sqrt{2}, x, y, \sqrt{3} \right) : x, y \in \mathbb{R} \right\}$ com a adição e o produto por escalar em W dados por

$$\left(\sqrt{2}, x, y, \sqrt{3} \right) \boxplus \left(\sqrt{2}, x', y', \sqrt{3} \right) = \left(\sqrt{2}, x + x', y + y', \sqrt{3} \right)$$

e

$$\alpha \boxtimes \left(\sqrt{2}, x, y, \sqrt{3} \right) = \left(\sqrt{2}, \alpha \cdot x, \alpha \cdot y, \sqrt{3} \right).$$

Apresente o vetor nulo (com respeito à adição \boxplus) de W e o inverso aditivo de $(\sqrt{2}, 1, 3, \sqrt{3})$ (com respeito à adição \boxplus). Justifique suas respostas.

Ex. 2 — Considere o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} 6w + x = -1 \\ 2w - x + y = 1 \\ w - 3x + 4y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- (a)(Valor: 1,5 pontos) Use o método de eliminação Gaussiana para resolver o sistemas de equações (1). Justifique sua resposta.
- (b)(Valor: 1,5 pontos) Classifique o sistema de equações (1) em compatível determinado, compatível indeterminado ou incompatível. Justifique sua resposta.

Ex. 3 — Seja $\mathcal{B} = \{-(1+x), -x+x^2, -x^2+1\}$ uma base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Considere a transformação linear $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ tal que $T(-(1+x)) = -3-3x+2x^2$, $T(-x+x^2) = -2(x-x^2)$ e $T(-x^2+1) = -x+1$.

- (a) (1,5 pts.) Calcule os autovalores de T .
- (b) (1,5 pts.) Calcule os autoespaços associados a cada um dos autovalores de T .
- (c) (1,5 pts.) Diga se T é diagonalizável ou não.
- (d) (1 pts.) T é inversível?

Justifique cada uma das respostas dadas nos exercícios 3(a), 3(b), 3(c) e 3(d).