

Nome:

Prova Substitutiva 1 (09/12/2022)

Álgebra Linear

Prof. Cristian F. Coletti

3o Quadrimestre 2022

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

- Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução. Boa qualidade em pouca quantidade é melhor do que muita quantidade com pouca qualidade.
- É permitido consultar uma folha de anotações. É terminantemente proibido consultar o colega e usar celular e calculadora.

Exercícios

Ex. 1 — (Valor: 1,5 pontos) Seja $V = \mathbb{R}^2$. Defina uma operação de adição em V por

$$(u, v) \boxplus (x, y) = (u + x - 1, v + y + 2)$$

para todo (u, v) e (x, y) em V . Defina uma operação de multiplicação por escalar em V por

$$\alpha \boxminus (x, y) = (\alpha x, \alpha y)$$

para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ e $(x, y) \in V$. Com essas operações o conjunto V não é um espaço vetorial. Mencione os axiomas de espaço vetorial que não são verificados são. Justifique sua resposta.

Ex. 2 — (Valor: 1,5 pontos) Considere o espaço vetorial $W = \{(\pi, x, y, e) : x, y \in \mathbb{R}\}$ com a adição e o produto por escalar em W dados por

$$(\pi, x, y, e) \boxplus (\pi, x', y', e) = (\pi, x + x', y + y', e) \text{ e } \alpha \boxminus (\pi, x, y, e) = (\pi, \alpha x, \alpha y, e)$$

Apresente o vetor nulo (com respeito à adição \boxplus) de W e o inverso aditivo de $(\pi, 1, 3, e)$ (com respeito à adição \boxplus). Justifique suas respostas.

Ex. 3 — Seja $W \subset \mathcal{P}_3$ definido por $W = \{p \in \mathcal{P}_3 : p'(0) = p'(1)\}$

- (a)(Valor: 2 ponto) Verifique que W é um subespaço vetorial de \mathcal{P}_3 . Justifique sua resposta.
(b)(Valor: 2 ponto) Exiba uma base de W . Justifique sua resposta. Qual é a dimensão de W ? Justifique sua resposta.

Ex. 4 — Considere o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} 2w - x + y = 1 \\ w - 3x + 4y = 0 \\ 6w + x = -1 \end{cases} \quad (1)$$

- (a)(Valor: 1,5 pontos) Use o método de eliminação Gaussiana para resolver o sistemas de equações (1). Justifique sua resposta.
(b)(Valor: 1,5 pontos) Classifique o sistema de equações (1) em compatível determinado, compatível indeterminado ou incompatível. Justifique sua resposta.