

Nome: _____

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

Prova substitutiva 2 (09/12/2022)

Álgebra Linear

Prof. Cristian F. Coletti

3o Quadrimestre 2022

- Tente resolver todas as questões, mas priorize a qualidade da sua resolução. Boa qualidade em pouca quantidade é melhor do que muita quantidade com pouca qualidade.
- É permitido consultar uma folha de anotações. É terminantemente proibido consultar o colega e usar celular e calculadora.

Exercícios

Ex. 1 — Seja $\mathcal{B} = \{-(1+x), -x+x^2, -x^2+1\}$ uma base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Considere a transformação linear $T: \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ tal que $T(-(1+x)) = -3-3x+2x^2$, $T(-x+x^2) = -2(x-x^2)$ e $T(-x^2+1) = -x+1$.

- (2 pts.) Calcule os autovalores de T .
- (2 pts.) Calcule os autoespaços associados a cada um dos autovalores de T .
- (2 pts.) Diga se T é diagonalizável ou não e justifique a sua resposta.
- (2 pts.) T é inversível? Justifique a sua resposta.

Ex. 2 — (2 pts.) Toda vez que a máquina de café da sala de espera de um dado hospital deixa de funcionar ela é consertada no dia seguinte com probabilidade $5/6$. Se a máquina de café está funcionando, ela não funcionará no dia seguinte com probabilidade $1/11$. O funcionamento da máquina pode ser modelado de forma simplória por uma cadeia de Markov com matriz de transição

$$P = \begin{bmatrix} 10/11 & 1/11 \\ 5/6 & 1/6 \end{bmatrix}$$

e espaço de estado $S = \{1, 2\}$. Nesta modelagem assumimos que cada unidade de tempo corresponde a um dia.

Assumindo que a máquina está funcionando no dia de inauguração do hospital, a probabilidade da máquina estar funcionando após n unidades de tempo é dada pela expressão

$$(P^n)_{11}$$

onde P^n representa a n -ésima potência da matriz de transição P . Calcule a probabilidade da máquina estar funcionando no dia do primeiro aniversário da inauguração do hospital.

Observação Não é permitido o uso de calculadora.