

Nome:

Ra:

Primeira Prova - B - 03/11/2015

Funções de Uma Variável
Prof. Cristian Favio Coletti
3o Quadrimestre 2015

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

Ex. 1 — Resolva uma das seguintes questões.

1. Um balão meteorológico é lançado do solo a uma distância de $20m$ de um observador fixo no solo. Sabendo que o balão sobe verticalmente à razão de $30m/min$, determine a taxa de variação em relação ao tempo, do ângulo de visão do observador quando o balão estiver a $60m$ do solo.
2. Um tanque cônico de aço, sem tampa, tem capacidade de $1000m^3$. Determine as dimensões do tanque que minimiza a quantidade de aço usada na sua fabricação.

Dica: A área do cone é πrl e o seu volume $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Ex. 2 — Assuma que a equação abaixo define y como função de x de forma implícita. Calcule a equação da reta tangente à curva $y(x)$ no ponto $(1, 3)$, isto é, sabendo que $y(1) = 3$

$$\frac{x^4 + 3}{\ln(x) + 1} = \sin\left(\frac{\pi}{3}xy\right) + 4.$$

Ex. 3 — Resolva dois dos exercícios abaixo justificando cada uma das passagens. Para calcular os limites abaixo use a regra de L'hôpital.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \cos(x)) \ln(x)$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin(2x)^x$.
4. Seja $f(x) = \sqrt{x + \frac{3}{4}}$. Calcule o polinômio de Taylor associado a f de grau 2 centrado em 0 e use-lo para estimar $\sqrt{0,85}$.

Ex. 4 — Esboce o gráfico de uma função $f : \mathbb{R} \setminus \{-4, 6\} \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaça as seguintes propriedades:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = -\infty$.
2. $f'(x) > 0$ para $0 < x < 6$ e para $6 < x < +\infty$ e $f'(x) < 0$ para $-\infty < x < -4$ e para $-4 < x < 0$.
3. $f'(0) = 0$ e $f''(0) > 0$.
4. $f''(x) > 0$ para $-4 < x < 6$ e para $12 < x < +\infty$ e $f''(x) < 0$ para $-\infty < x < -4$ e para $6 < x < 12$.

Assinale, no esboço, os intervalos de crescimento e os intervalos de decréscimo, intervalos de concavidade para cima e para baixo. Assinale, também, os eventuais pontos de máximo, mínimo e de inflexão. Justifique suas respostas.