

Revisão

Cristian F. Coletti

Terceiro Quadrimestre de 2025

Exercício 1 - Antiderivadas

Calcule as seguintes antiderivadas:

(a) $\int (3x^5 - 2x^3 + 7x - 4) dx$

(b) $\int \frac{x^2+2x-1}{\sqrt{x}} dx$

(c) $\int e^{3x}(2x - 1) dx$

(d) $\int \frac{\ln^2(x)}{x} dx$

(e) $\int \frac{2x^3-3x^2+4}{x^2} dx$

Exercício 2 - Substituição (não trigonométrica)

Calcule as integrais usando substituição:

(a) $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$

(b) $\int \frac{x}{x^2+4} dx$

(c) $\int e^{2x}\sqrt{1 + e^{2x}} dx$

(d) $\int \frac{\ln(x)}{x\sqrt{1+\ln(x)}} dx$

(e) $\int x^3(2x^4 - 1)^5 dx$

Exercício 3 - Integração por Partes

Calcule usando integração por partes:

(a) $\int x \cos(2x) dx$

(b) $\int x^2 e^{3x} dx$

(c) $\int \ln(x^2 + 1) dx$

(d) $\int e^{2x} \sin(3x) dx$

(e) $\int x \arctan(x) dx$

Exercício 4 - Substituição Trigonométrica

Calcule usando substituição trigonométrica:

(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

(b) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-4}}$

(c) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx$

(d) $\int \frac{dx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$

(e) $\int \sqrt{x^2 + 9} dx$

Exercício 5 - Frações Parciais

Calcule usando frações parciais:

(a) $\int \frac{2x+3}{x^2-4} dx$

(b) $\int \frac{x^2+2x-1}{x^3-x} dx$

(c) $\int \frac{3x^2-2x+4}{(x-1)(x^2+1)} dx$

(d) $\int \frac{x^3+2x}{x^2-3x+2} dx$

(e) $\int \frac{4x^2-x+5}{(x+1)(x^2+4)} dx$

Exercício 6 - Área

Calcule as áreas:

- (a) Área sob a curva $y = x^3 - 2x^2 + x$ entre $x = 0$ e $x = 2$
- (b) Área entre $y = x^2$ e $y = 2x - x^2$
- (c) Área entre $y = \sqrt{x}$ e $y = x^2$ no primeiro quadrante
- (d) Área entre $y = \sin(x)$ e $y = \cos(x)$ de $x = 0$ a $x = \frac{\pi}{2}$
- (e) Área entre $y = e^x$, $y = e^{-x}$ e $x = 1$

Exercício 7 - Trabalho

Calcule o trabalho realizado:

- (a) Uma força $F(x) = 3x^2 + 2x$ (em Newtons) atua sobre uma partícula que se move ao longo do eixo x de $x = 0$ a $x = 4$ m. Calcule o trabalho.
- (b) Para esticar uma mola de seu comprimento natural de 10 cm para 15 cm, são necessários 30 J. Qual o trabalho necessário para esticá-la de 15 cm para 20 cm?
- (c) Um tanque cilíndrico de raio 2 m e altura 5 m está cheio de água. Calcule o trabalho para bombear toda a água para cima do tanque (densidade da água: 1000 kg/m^3 , $g = 9.8 \text{ m/s}^2$).
- (d) Uma corda de 50 m pesa 0.5 kg/m está pendurada em um edifício. Calcule o trabalho para puxar toda a corda para o topo.
- (e) Um tanque cônico com vértice para baixo tem raio de 3 m e altura 6 m, cheio de água. Calcule o trabalho para bombear a água até o topo do tanque.

Exercício 8 - Integrais Impróprias

Calcule as integrais impróprias:

(a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$

(b) $\int_0^{\infty} e^{-3x} dx$

(c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

(d) $\int_{-\infty}^0 e^{2x} dx$

(e) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$

Exercício 9 - Volume (rotação em torno do eixo x)

Calcule os volumes dos sólidos gerados pela rotação em torno do eixo x:

(a) Região sob $y = \sqrt{x}$ de $x = 0$ a $x = 4$

(b) Região entre $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$ no primeiro quadrante

(c) Região sob $y = \sin(x)$ de $x = 0$ a $x = \pi$

(d) Região limitada por $y = 4 - x^2$ e o eixo x

(e) Região sob $y = e^{-x}$ de $x = 0$ a $x = \infty$

Exercício 10 - Volume (rotação em torno do eixo y)

Calcule os volumes dos sólidos gerados pela rotação em torno do eixo y:

(a) Região sob $y = x^2$ de $x = 0$ a $x = 2$

(b) Região limitada por $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $x = 0$

(c) Região entre $y = x^3$ e $y = x$ no primeiro quadrante

(d) Região limitada por $y = \ln(x)$, $y = 0$, $x = e$

(e) Região sob $y = \frac{1}{x}$ de $x = 1$ a $x = \infty$

Exercício 11 - Probabilidade e Esperança

Resolva os problemas de probabilidade:

(a) Verifique se $f(x) = \frac{1}{2}x$ para $0 \leq x \leq 2$ é uma função densidade de probabilidade.

(b) Para $f(x) = 3x^2$ em $[0, 1]$, calcule $P(0.2 \leq X \leq 0.8)$.

(c) Para $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ em $(-\infty, \infty)$, calcule a esperança $E[X]$.

(d) Para $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ (distribuição de Cauchy), mostre que a esperança não existe.

(e) Para $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ para $x \geq 0$ (exponencial), calcule $E[X]$ e $E[X^2]$.