

Nome:

Ra:

Primeira Prova - A - 03/11/2015

Funções de Uma Variável
Prof. Cristian Favio Coletti
3o Quadrimestre 2015

Exercício	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

Ex. 1 — Resolva uma das seguintes questões.

1. Um balão meteorológico é lançado do solo a uma distância de $20m$ de um observador fixo no solo. Sabendo que o balão sobe verticalmente à razão de $30m/min$, determine a taxa de variação em relação ao tempo, do ângulo de visão do observador quando o balão estiver a $60m$ do solo?
2. Uma lata cilíndrica sem tampa superior tem volume $5cm^3$. Determine as dimensões da lata, de modo que a quantidade de material para sua fabricação seja mínima.

Dica: A área da tampa inferior é πr^2 , a área lateral é $2\pi rh$ e o seu volume é de $\pi r^2 h$.

Ex. 2 — Assuma que a equação abaixo define y como função de x de forma implícita. Calcule a equação da reta tangente à curva $y(x)$ no ponto $(1, 1)$, isto é, sabendo que $y(1) = 1$.

$$\frac{\ln(x)}{x^2 + 1} = \sin(\pi xy).$$

Ex. 3 — Resolva dois dos exercícios abaixo justificando cada uma das passagens. Para calcular os limites abaixo use a regra de L'hôpital.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \cos(x)) \ln(x)$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin(4x)^x$.
4. Seja $f(x) = \sqrt{x+1}$. Calcule o polinômio de Taylor associado a f de grau 2 centrado em 0 e use-lo para estimar $\sqrt{1,1}$.

Ex. 4 — Esboce o gráfico de uma função $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaça as seguintes propriedades:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$.
2. $f'(x) > 0$ para $-\infty < x < -2$ e para $-2 < x < 0$ e $f'(x) < 0$ para $0 < x < 2$ e para $2 < x$.
3. $f'(0) = 0$ e $f''(0) < 0$.
4. $f''(x) > 0$ para $-\infty < x < -2$ e para $2 < x < 10$ e $f''(x) < 0$ para $-2 < x < 2$ e para $10 < x$.

Assinale, no esboço, os intervalos de crescimento e os intervalos de decrescimento, intervalos de concavidade para cima e para baixo. Assinale, também, os eventuais pontos de máximo, mínimo e de inflexão. Justifique suas respostas.