

# Lista 2

## Funções de Uma Variável

### Limite II

#### Limites Infinitos e Laterais

1 — Calcule os seguintes limites:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^5}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2}{5x + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2}{4x^2 + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^3 + 5x}{5x^4 + 6x^2 + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{4x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 3}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + 1} - \sqrt{x + 3}$

2 — Calcule os seguintes limites:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} x^4 + 5x^3 - 4x$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 5x^3 - 4x}{-x^3 + 3x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x}{4 + x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x + 3}}{2x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x + 5}$
- \* f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - 1}$

3 — Calcule os seguintes limites:

- $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{7}{4 - x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x + 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}(x)}{x^3 - x^2}$

4 — Calcule os seguintes Limites

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{x + 1}\right)^x$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 1}{x^2 - 1}\right)^{x+1}$

**Dica:** nos itens anteriores use que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

5 — O que ocorre com as raízes da equação

$$ax^2 - bx + c = 0$$

Se o coeficiente **a** tende a zero e os coeficientes **b, c** ficam constantes?

6 — Demonstrar que todo polinômio de grau ímpar possui pelo menos uma raiz real.

#### Assíntotas

7 — Ache as constantes **k** e **b** de modo que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ kx + b - \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right] = 0$$

Qual o significado da reta  $kx + b$ ?

**8** — Encontre as assíntotas horizontais e verticais de cada curva. (Esboce os gráficos e confira usando algum software computacional)

a)  $y = \frac{x}{x+4}$

b)  $y = \frac{x^3}{x^2+3x-10}$

c)  $y = \frac{x^3+1}{x^3+x}$

d)  $y = \frac{x}{\sqrt[4]{x^4+1}}$

**9** — Encontre  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  se

$$\frac{4x-1}{x} < f(x) < \frac{4x^2+3x}{x^2}$$

para todo  $x > 5$ .

## Exercícios Complementares

**10** — Calcule os seguintes Limites

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{sen}(x))^{\frac{1}{x}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x+1) - \ln(x+2))$

## Respostas dos Exercícios

**1** a) 0 b) 0 c)  $3/5$  d) 0 e)  $1/5$  f)  $1/4$  g) 0 h) 0

**2** a)  $\infty$  b)  $-\infty$  c) -1 d)  $1/2$  e)  $\infty$  f)  $1/2$

**3** a)  $-\infty$  b)  $-\infty$  c)  $\infty$  d)  $\infty$  e)  $-\infty$

**4** a)  $e^k$  b)  $e^{-2}$  (Dica: Use o item a) c)  $1/4$

**10** a)  $e$  b) 1 c)  $\ln(2)$