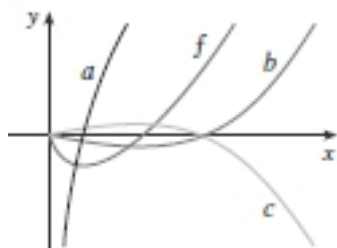


# Lista 6

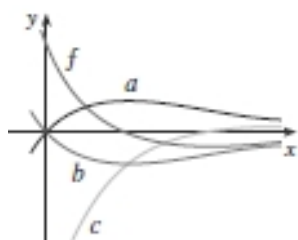
## Funções de Uma Variável

### Antiderivadas e Integral I

1 — O gráfico da função  $f$  é apresentado abaixo. Identifique o gráfico da antiderivada de  $f$ .



a)



b)

2 — Calcule as seguintes antiderivadas:

a)  $\int x dx$

b)  $\int (3x + 1) dx$

c)  $\int 3 dx$

d)  $\int (x^2 + x + 1) dx$

e)  $\int \frac{1}{x^2} dx$

f)  $\int \left(x + \frac{1}{x^3}\right) dx$

g)  $\int \sqrt[3]{x} dx$

h)  $\int \left(3\sqrt[7]{x^2} + \cos(x)\right) dx$

i)  $\int e^{4x} dx$

j)  $\int \cos(3x) dx$

k)  $\int (x + 3e^{5x} + \cos(2x)) dx$

l)  $\int \left(1 - \cos(4x) + \sin\left(\frac{x}{7}\right)\right) dx$

m)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

n)  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

o)  $\int 3^x dx$

p)  $\int \sec^2(2x) dx$

q)  $\int \operatorname{sen}^2(x) dx$

3 — Uma partícula se desloca sobre o eixo  $x$  com uma função posição  $x = x(t)$ . Determine  $x = x(t)$  sabendo que:

a)  $\frac{dx}{dt} = 2x - 1$  e  $x(0) = 2$

b)  $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{1+t^2}$  e  $x(0) = 0$

c)  $\frac{d^2x}{dt^2} = 3$  e  $v(0) = 1$  e  $x(0) = 1$

d)  $\frac{d^2x}{dt^2} = e^{-t}$  e  $v(0) = 0$  e  $x(0) = 1$

e)  $\frac{d^2x}{dt^2} = \cos(3t)$  e  $v(0) = 1$  e  $x(0) = 0$

4 — Ache os valores numéricos das seguintes somas:

a)  $\sum_{k=1}^5 k$

b)  $\sum_{r=0}^3 2^{2r+1}$

c)  $\sum_{i=0}^6 (2i + 1)$

$$d) \sum_{n=2}^5 2^{n-2}$$

$$e) \sum_{n=1}^4 n^n$$

$$f) \sum_{n=2}^4 n^2$$

5 — Prove por indução as seguintes propriedades do somatório:

$$a) \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k \quad (\text{aditividade})$$

$$b) \sum_{k=1}^n c a_k = c \sum_{k=1}^n a_k \quad (\text{homogeneidade})$$

$$c) \sum_{k=1}^n (a_k - a_{k-1}) = a_n - a_0 \quad (\text{telescópica})$$

$$d) \sum_{k=1}^n 1 = n$$

6 — Use as propriedades do exercício anterior para mostrar que:

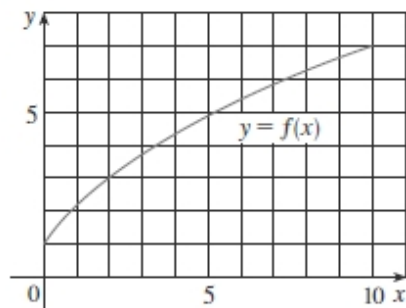
$$a) \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2 \quad (\text{Dica: Use que } 2k-1 = k^2 - (k-1)^2)$$

$$b) \sum_{k=1}^n k = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \quad (\text{Dica: Use o item anterior})$$

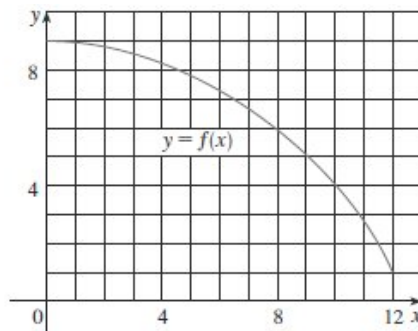
$$c) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \quad (\text{Dica: } k^3 - (k-1)^3 = 3k^2 - 3k + 1)$$

$$d) \sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$$

7 — Usando as figuras abaixo ache estimativas inferiores e superiores para a área abaixo do gráfico de  $f(x)$  para  $0 \leq x \leq 10$  usando primeiramente 5 retângulos e posteriormente 10 retângulos.



a)



b)

8 —

- Defina precisamente partição de um intervalo.
- Defina precisamente soma de Riemann.

9 — Use uma soma de Riemann com extremos a direita e  $n = 8$  para achar uma aproximação da integral

$$\int_0^5 x^2 - 3x$$

10 — Use uma soma de Riemann centrado no ponto médio para achar aproximações da integrais

$$a) \int_0^1 \text{sen}(x) dx \quad n = 4$$

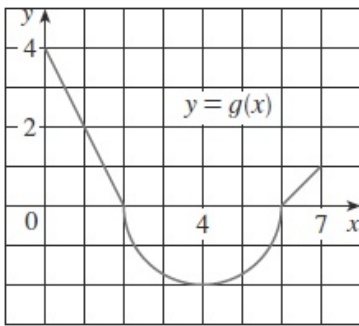
$$b) \int_0^1 2^x dx \quad n = 10$$

11 — O gráfico de  $g$  consiste de dois segmentos de retas e um semi-círculo, conforme figura abaixo. Calcule

$$a) \int_0^2 g(x) dx$$

$$b) \int_2^6 g(x) dx$$

$$c) \int_0^6 g(x) dx$$



**12** — Calcule a partir da definição as seguintes integrais:

- a)  $\int_a^b x dx$
- b)  $\int_0^1 2x dx$
- c)  $\int_0^1 \frac{x^2}{2} dx$
- d)  $\int_0^1 x^3 dx$
- e)  $\int_0^3 x^2 + x dx$
- f)  $\int_a^b (x^2 + x) dx$

**13** — Expresse as seguintes integrais como limite de somatório

- a)  $\int_0^\pi \cos(x) dx$
- b)  $\int_0^1 e^x dx$
- c)  $\int_0^5 \cos(x) e^x dx$

**14** — Enuncie o teorema Fundamental do Cálculo

**15** — Calcule

- a)  $\int_0^1 (x + 3) dx$
- b)  $\int_0^4 \frac{1}{3} dx$
- c)  $\int_0^1 (5x^3 + 2x + 4) dx$
- d)  $\int_1^4 (2x + 5\sqrt{x}) dx$
- e)  $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(2x) dx$
- f)  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(3x) dx$
- g)  $\int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt$
- h)  $\int_0^{\pi/4} \text{sen}(x) dx$
- i)  $\int_{-1}^1 e^{-3x} dx$
- j)  $\int_0^1 2xe^{x^2} dx$
- k)  $\int_{-1}^1 x^3 e^{-x^4} dx$
- l)  $\int_0^{\pi/2} \cos^2(x) dx$
- m)  $\int_0^{\pi/4} \sec^2(x) dx$
- n)  $\int_0^1 4^x dx$

**16** — O gráfico abaixo representa a velocidade de um carro em função do tempo. Esboce o gráfico da posição do carro em função do tempo.

