Lista 7
Funções de Uma Variável

Integral II

1 — Use o Teorema Fundamental do Cálculo para achar a derivada das seguintes funções:

a) $\displaystyle\int_0^x \sqrt{1+2t}\,dt$

b) $\displaystyle\int_1^x \ln(t)dt$

c) $\displaystyle\int_x^2 \cos(t^2)dt$

d) $\displaystyle\int_1^{\cos(x)} (t+\cos(t)dt$

e) $\displaystyle\int_1^{e^x} (t+\cos(t))dt$

f) $\displaystyle\int_{e^{x^2}}^0 \cos^2(t)dt$

g) $\displaystyle\int_{-e^{x^2}}^{e^x} \cos^2(t)dt$

h) $\displaystyle\int_{\sqrt{x}}^{x^3} \sqrt{t}\cos(t)dt$

2 — Use o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular as seguintes integrais ou explique porque elas não existem:

a)

b) $\displaystyle\int_{-1}^4 x^6dx$

c) $\displaystyle\int_{-2}^5 \pi dx$

d) $\displaystyle\int_{-1}^4 x^2+3xdx$

e) $\displaystyle\int_0^1 x^{3/2}dx$

f) $\displaystyle\int_1^8 \sqrt[3]{x}dx$

g) $\displaystyle\int_{-1}^4 x^6dx$

h) $\displaystyle\int_{-5}^5 \frac{2}{x^3}dx$

i) $\displaystyle\int_0^2 x(2+x^5)dx$

j) $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

k) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \sec^2(x)dx$

l) $\displaystyle\int_\pi^{2\pi} \csc^2(\theta)d\theta$

m) $\displaystyle\int_0^1 e^{v+1}dv$

n) $\displaystyle\int_0^1 5^tdt$

o) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^2+1}dt$

3 — Calcule as integrais fazendo as seguintes substituições:

a) $\displaystyle\int \cos(3x)dx \quad u=3x$

b) $\displaystyle\int x(4+x^2)^{10}dx \quad u=4+x^2$

c) $\displaystyle\int x^2\sqrt{x^3+1}dx \quad u=x^3+1$

d) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx \quad u=\sqrt{x}$

e) $\displaystyle\int e^{\operatorname{sen}\theta}\cos(\theta)d\theta \quad u=\operatorname{sen}(\theta)$

4 — Calcule as seguintes integrais indefinidas:

a) $\displaystyle\int 2x(x^2+3)^4dx$

b) $\displaystyle\int (3x-2)^{20}dx$

c) $\displaystyle\int (2-x)^{100}dx$

d) $\displaystyle\int \frac{x}{(x^2+1)^2}dx$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{5-3x}dx$

f) $\displaystyle\int \frac{2}{(3t+1)^{2.4}}dt$

g) $\displaystyle\int y^3\sqrt{2y^4-1}dy$

h) $\displaystyle\int \sqrt{4-2x}dx$

i) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(\pi t)dt$

j) $\displaystyle\int \sec^2(2x)\tan(2x)dx$

k) $\displaystyle\int \frac{(\ln(x))^2}{x}dx$

l) $\displaystyle\int \frac{\arctan(x)}{1+x^2}dx$

m) $\displaystyle\int \frac{z^3}{\sqrt[4]{1+z^4}}dx$

n) $\displaystyle\int e^x\sqrt{1+e^x}dx$

o) $\displaystyle\int \sec^3(x)\tan(x)dx$

p) $\displaystyle\int x^a(\sqrt{b+cx^{a+1}})dx \quad c\neq 0, a\neq -1$

q) $\displaystyle\int \frac{x}{1+x^4}dx$

r) $\displaystyle\int xe^{-x^2}dx$

s) $\displaystyle\int \frac{x^2\operatorname{sen}(x)}{1+x^6}dx$

5 — Calcule as integrais usando integração por partes e as seguintes escolhas de u e dv:

a) $\displaystyle\int x\ln(x)dx, \quad u=\ln(x), dv=xdx$

b) $\displaystyle\int \theta\sec^2(\theta)dx, \quad u=\theta, dv=\sec^{(}\theta)dx$

6 — Calcule as seguintes integrais:

a) $\displaystyle\int x\cos(5x)dx$

b) $\displaystyle\int re^{r/3}dr$

c) $\displaystyle\int x^2\cos(mx)dx$

d) $\displaystyle\int \ln(2x+1)dx$

e) $\displaystyle\int t^3e^tdt$

f) $\displaystyle\int (\ln(x))^2dx$

g) $\displaystyle\int z\operatorname{senh}(z)dz$

h) $\displaystyle\int_0^1 (x^2+1)e^{-x}dx$

i) $\displaystyle\int_1^4 \sqrt{t}\ln(t)dt$

j) $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2}dx$

k) $\displaystyle\int_0^1 x2^xdx$

l) $\displaystyle\int \cos(\ln(x)dx$

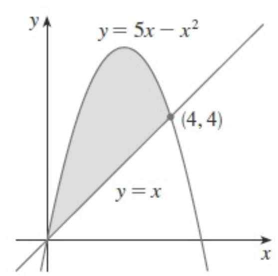
7 — Primeiro faça uma substituição e depois use integração por partes para calcular as integrais:

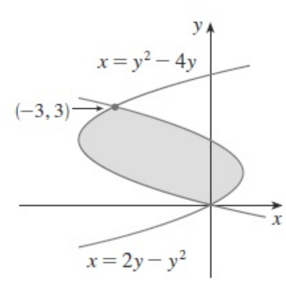
a) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(\sqrt{x})dx$

b) $\displaystyle\int_1^4 e^{\sqrt{x}}dx$

c) $\displaystyle\int x^5e^{x^2}dx$

8 — Determine a área da região em cinza:

a) 

b) 

9 — Esboce a região delimitada pelas curvas e decida se a integração deve ser feito com relação a variável x ou

y. desenhe um retângulo típico com sua altura e largura. Finalmente ache a área da região.

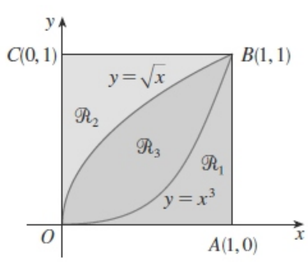
a) $y = x + 1, \quad y = 9 - x^2, \quad x = -1, \quad x = 2$
b) $y = \text{sen}(x), \quad y = x^2$
c) $y = x^2, y = x^4$
d) $y = 1/x, \quad y = 1/x^2, \quad x = 2$
e) $x = 2y^2 \quad x + y = 1$
f) $y = \cos(x) y = 1 - 2x/\pi$
g) $y = \text{sen}(\pi x) \quad y = x^2 - x \quad x = 2$

10 — Ache a área da região delimitada pela parábola $y = x^2$ a reta tangente a está parábola no ponto $(1, 1)$ e o eixo x.

11 — Ache o número b tal que a reta $y = b$ divida a região limitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = 4$ em duas regiões de áreas iguais.

12 — Determine c para que a área da região delimita pelas parábolas $y = x^2 - c^2$ e $y = c^2 - x^2$ seja 576.

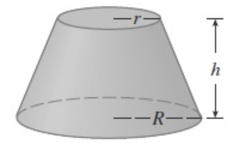
13 — Dada a figura abaixo ache o volume do sólido gerado rotacionando a região indicada em torno da reta especificada:



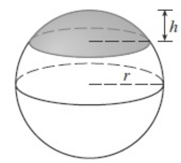
a) $\mathcal{R}_1$ ao longo de OA
b) $\mathcal{R}_1$ ao longo de OC
c) $\mathcal{R}_1$ ao longo de AB
d) $\mathcal{R}_1$ ao longo de BC
e) $\mathcal{R}_2$ ao longo de OA
f) $\mathcal{R}_2$ ao longo de OC
g) $\mathcal{R}_2$ ao longo de AB
h) $\mathcal{R}_3$ ao longo de OA
i) $\mathcal{R}_3$ ao longo de OC

14 — Determine o volume dos sólidos S, usando integração.

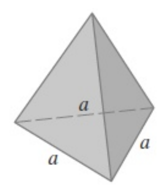
a) Um cone circular reto de altura h e base r.
b) Um cone truncado de base circular



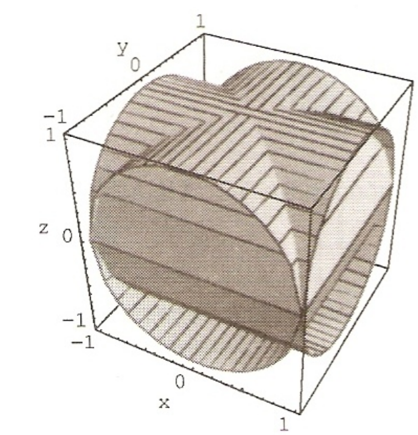
c) Uma calota esférica

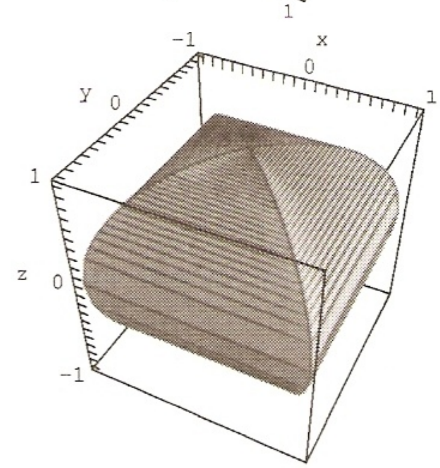


d) Uma piramide de altura h e base um triângulo equilátero de lado a.



e) A região delimitada por dois cilindros circulares retos que se interceptam perpendicularmente.





f) Ache o volume comum a duas esferas de raio r se o centro de cada esfera está na superfície da outra.

15 — Use o método das cascas cilíndricas para encontrar o volume da região gerada pela rotação em torno do eixo y da região delimitada pelas curvas abaixo:

a) $y = 1/x, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2$

b) $y = x^2, \quad y = 0 \quad x = 1$

c) $y = e^{-x^2}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1$

16 — Use o método das cascas cilíndricas para encontrar o volume da região gerada pela rotação em torno do eixo x da região delimitada pelas curvas abaixo:

a) $x = 1 + y^2, \quad x = 0, \quad y = 1, \quad y = 2$

b) $x = \sqrt{x}, \quad x = 0, \quad y = 1$

17 — Calcule o trabalho realizado pela força $F(x)$ quando a partícula se desloca de a até b:

a) $F(x) = 3$ de $a = 0$ até $b = 2$

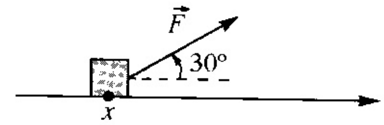
b) $F(x) = x^2 + 3x$ de $a = -1$ até $b = 2$

c) $F(x) = \frac{-1}{x^2}$ de $a = 1$ até $b = 2$

d) $F(x) = \text{sen}(x)$ de $a = 0$ até $b = \pi$

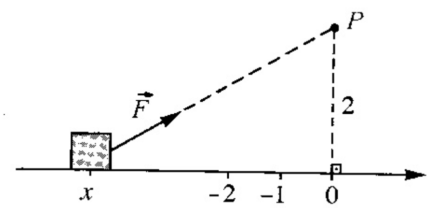
e) $F(x) = x^5$ de $a = 1$ até $b = 3$

18 — Sobre uma partícula que se desloca sobre o eixo x atua uma força $\overrightarrow{F}$ de intensidade $3x$ e que forma com o eixo x um ângulo de 30º



Calcule o trabalho realizado por $\overrightarrow{F}$ ao deslocar a partícula de $x = 0$ até $x = 3$.

19 — Sobre uma partícula que se desloca sobre o eixo x atua uma força $\overrightarrow{F}$ sempre dirigida para o ponto P e cuja intensidade é igual ao inverso do quadrado da distância da partícula a P



Calcule o trabalho realizado por $\overrightarrow{F}$ ao deslocar a partícula de $x = -2$ até $x = -1$.