

# Funções de uma Variável

## Lista Extra

**Exercício 1.** Calcule os seguintes limites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} \quad (3/2)$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin(x)} - \sqrt{1-\sin(x)}}{x} \quad (1)$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{\frac{1}{x}} \quad (e)$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x} \quad (a - b)$
- e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^n}$  para  $x > 0$  (a resposta depende de  $x$ )
- f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$

**Exercício 2.** Achar o limite dos perímetros dos polígonos regulares inscritos de  $n$  - lados quando  $n \rightarrow \infty$ .

**Exercício 3.** Achar o limite das áreas dos polígonos regulares inscritos de  $n$  - lados quando  $n \rightarrow \infty$ .

**Exercício 4.** Prove que a função de Dirichlet

$$\xi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

é descontínua em todos os pontos.

**Exercício 5.** Calcule as derivadas das seguintes funções:

- a)  $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + x}}}$
- b)  $x^{x^x}$
- c)  $\int_{x^{\sin(x)}}^{\sin(x)^x} \cos(x^3) dx$
- d)  $\sin(x)\sin(2x)\dots\sin(nx)$

**Exercício 6.** Use a definição de integral para calcular  $\int_0^2 e^x dx$ .

**Exercício 7.** Calcule as seguintes integrais:

- a)  $\int e^{\sqrt{x}} dx$
- b)  $\int \frac{\sin^2(x)}{e^x} dx$
- c)  $\int \frac{1}{1+z^4} dx$
- d)  $\int \cos^2(\ln(x)) dx$
- e)  $\int a^x \sin(bx) dx$
- f)  $\int \sqrt{c+bx+ax^2} dx$
- g)  $\int \frac{\cos(x)}{\sin^2(x) - 6\sin(x) + 12} dx$
- h)  $\int \sin(x) \cos(x) e^{\cos(x)} dx$
- i)  $\int \frac{\ln(x) dx}{x\sqrt{1-4\ln(x)-\ln^2(x)}}$
- j)  $\int \operatorname{tg}^3\left(\frac{x}{3}\right) - \operatorname{tg}^4\left(\frac{x}{3}\right) dx$
- k)  $\int \sin(x) \sin(2x) \sin(3x) dx$
- l)  $\int \frac{dx}{1 + \sin(x) + \cos(x)}$
- m)  $\int \frac{dx}{\cos^n(x)}$
- n)  $\int \sqrt{1 + (e^x - e^{-x})^2}$
- o)  $\int \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}} dx$
- p)  $\int \frac{1}{1 + 2^x} dx$
- q)  $\int \frac{9 + 6\sqrt{x} + x}{4\sqrt{x} + x} dx$
- r)  $\int_0^9 \sqrt{4 - \sqrt{x}} dx$
- s)  $\int \frac{2 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} dx$
- t)  $\int \frac{x^{1/4} + 5}{x - 16} dx$
- u)  $\int (27e^{9x} + e^{12x})^{1/3} dx$