

# Lista 2

## Funções de Uma Variável

### Limite II

1 — Formule precisamente a definição de:

- a)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$
- b)  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L$
- c)  $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = L$
- d)  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \infty$
- e)  $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \infty$
- f)  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = -\infty$
- g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
- h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$
- i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

2 — Prove a partir da definição que:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{x} = \infty$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{1}{x} = -\infty$
- c)  $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{1}{x-a} = \infty$
- d)  $\lim_{x \rightarrow a-} \frac{1}{x-a} = -\infty$
- e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x+a} = 0$
- f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+a} = 0$
- g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$
- h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \infty$
- i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$

3 — Calcule os seguintes limites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^5}$

- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{5x+4}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{4x^2+4}$
- e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+x^3+5x}{5x^4+6x^2+4}$
- f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{4x-2}$
- g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2+3}$
- h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x+3}$

4 — Calcule os seguintes limites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^4 + 5x^3 - 4x$
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 5x^3 - 4x}{-x^3 + 3x + 1}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-x}{4+x}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x+3}}{2x-1}$
- e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x+5}$
- f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x-1}$

5 — Calcule os seguintes limites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 4+} \frac{7}{4-x}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{1}{x}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{3x+1}{x}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$
- e)  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\text{sen}(x)}{x^3-x^2}$

6 — Calcule os seguintes Limites

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)^{x+1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{sen}(x))^{\frac{1}{x}}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x+1) - \ln(x+2))$

7 — O que ocorre com as raízes da equação

$$ax^2 - bx + c = 0$$

Se o coeficiente  $a$  tende a zero e os coeficientes  $b, c$  ficam constantes?

8 — Demonstrar que todo polinômio de grau ímpar possui pelo menos uma raiz real.

9 — Ache as constantes  $k$  e  $b$  de modo que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ kx + b - \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right] = 0$$

Qual o significado da reta  $kx + b$ ?

10 — Encontre as assíntotas horizontais e verticais de cada curva. (Esboce os gráficos e confira usando algum software computacional)

a)  $y = \frac{x}{x+4}$

b)  $y = \frac{x^3}{x^2 + 3x - 10}$

c)  $y = \frac{x^3 + 1}{x^3 + x}$

d)  $y = \frac{x}{\sqrt[4]{x^4 + 1}}$

11 — Encontre  $\lim_{x \rightarrow \infty}$  se

$$\frac{4x-1}{x} < f(x) < \frac{4x^2+3x}{x^2}$$

para todo  $x > 5$ .

**Respostas:**

**ex. 3** — a) 0 b) 0 c) 3/5 d) 0 e) 1/5 f) 1/4 g) 0 h) 0

**ex. 4** — a)  $\infty$  b)  $-\infty$  c) -1 d) 1/2 e)  $\infty$  f) 1/2

**ex. 5** — a)  $-\infty$  b)  $-\infty$  c)  $\infty$  d)  $\infty$  e)  $-\infty$

**ex. 6** — a)  $e^k$  b)  $e^{-2}$  (Dica: Use o item a) c) 1/4 d)  $e$  e) 1 f)  $\ln(2)$