

Lista 5

Funções de Uma Variável

Derivadas III

- 1** — Calcule y' e y'' para as seguintes funções:
- a) $y = \operatorname{tgh}(6x)$
 - b) $y = \operatorname{cotgh}(\sqrt{1+x^2})$
 - c) $y = \cosh(x)^x$
 - d) $y = \cos(x)^x$
 - e) $y = \ln(\cos(x^2))$
 - f) $y = \log_2(1-3x)$
 - g) $y = \log_5(3x^3 + \operatorname{sen}(x))$
 - h) $y = \log_1 0\left(\frac{a-x}{a+x}\right)$
 - i) $y = \log_a\left(\frac{a-x}{a+x}\right)$
 - j) $y = \arccos(x^2 + 3x)$
 - k) $y = \operatorname{arcsen}(\cos(x))$
 - l) $y = \cosh(x) \cos(x)$
 - m) $y = \ln(\cosh(x))$
- 2** — Encontre:
- a) $\frac{d^9}{dx^9} x^8 \ln(x)$
 - b) $\frac{d^4}{dx^4} \cosh(x)$
 - c) $\frac{d^5}{dx^5} \ln(x)$
 - d) $\frac{d^n}{dx^n} \ln(x)$
 - e) $\frac{d^n}{dx^n} \cosh(2x)$
- 3** — Encontre y' se $y = \ln(x^2 + y^2)$
- 4** — Encontre y' se $y^x = x^y$
- 5** — Encontre os valores máximos e mínimos absolutos de f no intervalo dado:
- a) $f(x) = \frac{x^4-4}{x^2+1}$ no intervalo $[-4, 4]$
 - b) $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ no intervalo $[-1, 2]$
 - c) xe^{-x} no intervalo $[0, 2]$
 - d) $\frac{\ln(x)}{x}$ no intervalo $[1, 3]$
- 6** — Prove que a função $f(x) = x^{101} + x^{51} + x + 1$ não tem máximos nem mínimos locais.
- 7** — Seja $f(x) = |x-1|$. Mostre que não existe c tal que $f(3) - f(0) = f'(c)(3-0)$. Porque isso não contradiz o teorema do valor médio?
- 8** — Mostre que a equação $2x - 1 - \operatorname{sen}(x) = 0$ tem exatamente uma raiz real.
- 9** — Mostre que um polinômio de grau 3 tem no máximo três raízes reais.
- 10** — Use o teorema do valor médio para provar a desigualdade:
- $$|\operatorname{sen}(a) - \operatorname{sen}(b)| \leq |a - b|$$
- 11** — Prove as identidades:
- a) $\operatorname{arcsen}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 2 \arctan(\sqrt{x}) - \frac{\pi}{2}$
 - b) $2 \operatorname{arcsen}(x) = \arccos(1-2x^2)$
- 12** — Para as próximas funções:
- a) Encontre os intervalos para os quais a função é crescente ou decrescente
 - b) Encontre os valores de máximo e mínimo locais
 - c) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão

d) Esboce o gráfico, utilizando as informações dos itens anteriores

- a) $(x^2 - 1)^3$
- b) $3x^{2/3} - x$
- c) $x + \cos(x)$
- d) $x^{1/3}(x + 4)$
- e) $\ln(x^4 + 27)$
- f) $\ln(1 - \ln(x))$
- g) $e^{-1/(x+1)}$
- h) $\ln(\operatorname{tg}^2(x))$
- i) $\frac{e^x}{x^2 - 9}$
- j) $x \operatorname{tg} x \quad -\pi/2 < x < \pi/2$
- k) $e^{\cos(x)}$

13 — Determine o polinômio de Taylor de ordem 2 de f em torno de x_0

- a) $\ln(x)$ em torno de 1
- b) e^x em torno de 0
- c) $\operatorname{sen}(x)$ em torno de 0
- d) $\cos(x)$ em torno de 0
- e) $\operatorname{senh}(x)$ em torno de 0
- f) $\operatorname{cosh}(x)$ em torno de 0
- g) \sqrt{x} em torno de 1
- h) \sqrt{x} em torno de 4
- i) $\frac{1}{1-x^2}$ em torno de 0

14 — Usando o polinômio de Taylor de ordem 2 calcule o valor aproximado e avalie o erro:

- a) $\ln(1.2)$
- b) $\sqrt{3.8}$
- c) $\operatorname{sen}(0.1)$
- d) $\operatorname{sen}(\pi/25)$
- e) $e^{0.003}$

15 — Mostre que para todo x

- a) $|\operatorname{sen}(x) - x| \leq \frac{1}{3!} |x|^3$

b) $\left| \cos(x) - \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \right| \leq \frac{1}{3!} |x|^3$

16 — Determine o polinômio de Taylor de ordem 5 de f em torno de x_0

- a) $\ln(x)$ em torno de 1
- b) e^x em torno de 0
- c) $\operatorname{sen}(x)$ em torno de 0
- d) $\cos(x)$ em torno de 0
- e) $\operatorname{senh}(x)$ em torno de 0
- f) $\operatorname{cosh}(x)$ em torno de 0
- g) \sqrt{x} em torno de 1
- h) \sqrt{x} em torno de 4
- i) $(1+x)^\alpha$ em torno de 0

17 — Usando polinômios de Taylor calcule $\cos(1)$ com erro em módulo inferior a 10^{-4}

18 — Calcule os seguintes limites usando L'Hopital quando possível

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{12} - 3}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}}$
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}$
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^n}$
- f) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\tan x}{\tan 5x}$
- g) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{sen} \frac{a}{x}$
- h) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(x) \ln(x-1)$
- i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$
- j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\operatorname{sen}(x)}$
- k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^3(x)}{1 - \cos(x)}$
- l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x^2+1}\right)^x$
- m) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-4x}$