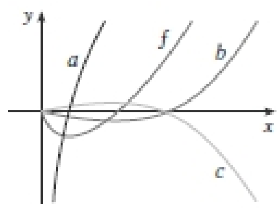
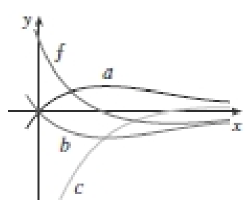
Lista 6

Funções de Uma Variável

Antiderivadas e Integral I

1 — O gráfico da função f é apresentado abaixo. Identifique o gráfico da antiderivada de f.

a) 

b) 

2 — Calcule as seguintes antiderivadas:

a) $\int x dx$

b) $\int (3x+1)dx$

c) $\int 3dx$

d) $\int \left(x^2+x+1\right) dx$

e) $\int \frac{1}{x^2}dx$

f) $\int \left(x+\frac{1}{x^3}\right) dx$

g) $\int \sqrt[3]{x}dx$

h) $\int \left(3\sqrt[7]{x^2}+\cos(x)\right) dx$

i) $\int e^{4x}dx$

j) $\int \cos(3x)dx$

k) $\int \left(x+3e^{5x}+\cos(2x)\right) dx$

l) $\int \left(1-\cos(4x)+\sin(\frac{x}{7})\right) dx$

m) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$

n) $\int \frac{1}{1+x^2}dx$

o) $\int 3^x dx$

p) $\int \sec^2(2x)dx$

q) $\int \operatorname{sen}^2(x)dx$

3 — Uma partícula se desloca sobre o eixo x com uma função posição $x = x(t)$. Determine $x = x(t)$ sabendo que:

a) $\frac{dx}{dt} = 2x-1$ e $x(0) = 2$

b) $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{1+t^2}$ e $x(0) = 0$

c) $\frac{d^2x}{dt^2} = 3$ e $v(0) = 1$ e $x(0) = 1$

d) $\frac{d^2x}{dt^2} = e^{-t}$ e $v(0) = 0$ e $x(0) = 1$

e) $\frac{d^2x}{dt^2} = \cos(3t)$ e $v(0) = 1$ e $x(0) = 0$

4 — Ache os valores numéricos das seguintes somas:

a) $\sum_{k=1}^{5} k$

b) $\sum_{r=0}^{3} 2^{2r+1}$

c) $\displaystyle\sum_{i=0}^{6}(2i+1)$

d) $\displaystyle\sum_{n=2}^{5}2^{n-2}$

e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{4}n^n$

f) $\displaystyle\sum_{n=2}^{4}n^2$

5 — Prove por indução as seguintes propriedades do somatório:

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$ (aditividade)

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (homogeneidade)

c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k-1})=a_n-a_0$ (telescópica)

d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}1=n$

6 — Use as propriedades do exercício anterior para mostrar que:

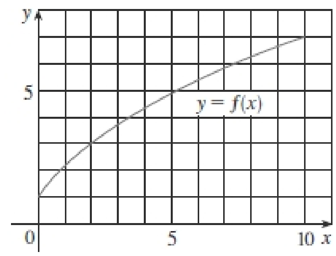
a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=n^2$ (Dica: Use que $2k-1=k^2-(k-1)^2$)

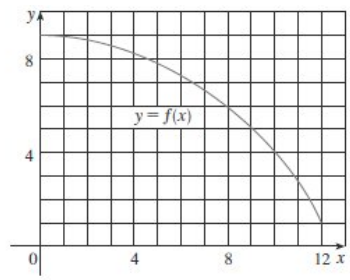
b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}$ (Dica: Use o item anterior)

c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}$ (Dica: $k^3-(k-1)^3=3k^2-3k+1$)

d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\frac{n^4}{4}+\frac{n^3}{2}+\frac{n^2}{4}$

7 — Usando as figuras abaixo ache estimativas inferiores e superiores para a área abaixo do gráfico de $f(x)$ para $0\le x\le 10$ usando primeiramente 5 retângulos e posteriormente 10 retângulos.

a) 

b) 

8 —

a) Defina precisamente partição de um intervalo.

b) Defina precisamente soma de Riemann.

9 — Use uma soma de Riemann com extremos a direita e $n=8$ para achar uma aproximação da integral $\displaystyle\int_0^5 x^2-3x$

10 — Use uma soma de Riemann centrado no ponto médio para achar aproximações da integrais

a) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{sen}(x)dx \quad n=4$

b) $\displaystyle\int_0^1 \cos(2x)dx \quad n=10$

c) $\displaystyle\int_0^1 2^x dx \quad n=10$

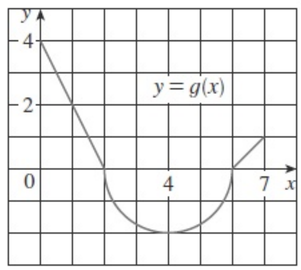
11 — O gráfico de g consiste de dois segmentos de retas e um semi-circulo, conforme figura abaixo. Calcule

a) $\int_0^2 g(x)dx$

b) $\int_2^6 g(x)dx$

c) $\int_0^6 g(x)dx$

d) $\int_0^7 g(x)dx$



12 — Calcule a partir da definição as seguintes integrais:

a) $\displaystyle\int_a^b xdx$

b) $\displaystyle\int_0^1 2xdx$

c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2}{2}dx$

d) $\displaystyle\int_0^1 x^3dx$

e) $\displaystyle\int_0^2 x^4dx$

f) $\displaystyle\int_0^3 x^2 + xdx$

g) $\displaystyle\int_a^b (x^2 + x)dx$

13 — Expresse as seguintes integrais como limite de somatório

a)

b) $\displaystyle\int_0^\pi \cos(x)dx$

c)

d) $\displaystyle\int_0^1 e^x dx$

e)

f) $\displaystyle\int_0^5 \cos(x)e^x dx$

14 — Enuncie o teorema Fundamental do Cálculo

15 — Calcule

a) $\displaystyle\int_0^1 (x+3)dx$

b) $\displaystyle\int_0^4 \frac{1}{3}dx$

c) $\displaystyle\int_0^1 \left(5x^3 + 2x + 4\right) dx$

d) $\displaystyle\int_1^4 \left(2x + 5\sqrt{x}\right) dx$

e) $\displaystyle\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(2x)dx$

f) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(3x)dx$

g) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+t^2}dt$

h) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} sen(x)dx$

i) $\displaystyle\int_{-1}^1 e^{-3x}dx$

j) $\displaystyle\int_0^1 2xe^{x^2} dx$

k) $\displaystyle\int_{-1}^1 x^3e^{-x^4} dx$

l) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos^2(x)dx$

m) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \sec^2(x)dx$

n) $\displaystyle\int_0^1 4^x dx$

16 — O gráfico abaixo representa a velocidade de um carro em função do tempo. Esboce o gráfico da posição do carro em função do tempo.